

L'épreuve comporte sur deux pages, trois exercices et un problème, tous obligatoires.

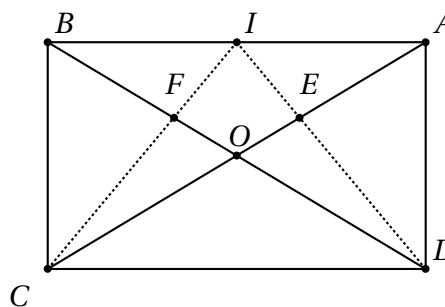
Exercice 1 (2 points). On pose $g(x) = 2 \cos^2 x + \sin 2x$, où x est un réel.

1. Montrer que pour tout réel x , $g(x + \pi) = g(x)$. [0.25pt]
2. Montrer que pour tout réel x , $g(x) = 1 + \cos 2x + \sin 2x$. [0.25pt]
3. Résoudre dans $]0; \pi]$ l'équation $g'(x) = 0$ où g' est la dérivée de g et représenter les solutions trouvées sur un cercle trigonométrique. [1.5pt]

Exercice 2 (4 points).

$ABCD$ est un rectangle de centre O , I est le milieu de $[AB]$. Les droites (AC) et (DI) se coupent en E ; les droites (BD) et (IC) se coupent en F .

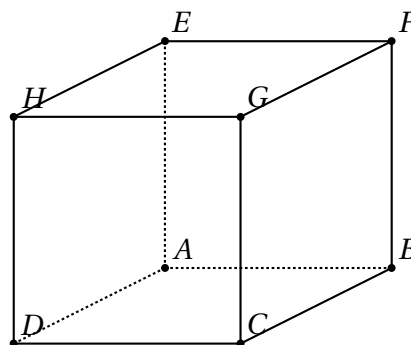
1. Déterminer l'image du triangle ABC par la réflexion d'axe (OI) . [1pt]
2. Montrer que le point F est le centre de gravité du triangle ABC . [1pt]
3. En déduire que E est le centre de gravité du triangle BAD . [1pt]
4. Soit h l'homothétie de centre O qui transforme A en E .
 - (a) Montrer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles. [0.5pt]
 - (b) Déterminer $h(B)$. [0.5pt]



Exercice 3 (3 points). Pour chacune des questions suivantes, recopier sur votre feuille de composition, le numéro de la question de la réponse choisie parmi celles proposées.

1. Sachant que $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$ et $\sin x = \frac{3}{5}$, alors : [1pt]
 - (a) $\cos x = \frac{2}{5}$;
 - (b) $\cos x = -\frac{4}{5}$;
 - (c) $\cos x = \frac{4}{5}$;
 - (d) $\cos x = -\frac{2}{5}$;
 - (e) $\cos x = -\frac{3}{5}$;

2. Si $ABCDEFGH$ est le cube ci-contre, alors la droite (DG) est : [1pt]
 - (a) perpendiculaire au plan (GFH) car $(DG) \perp (GH)$ et $(GF) \perp (DA)$;
 - (b) parallèle au plan (CFH) ;
 - (c) perpendiculaire au plan (CHE) .



3. ABC est un triangle équilatéral ; I, J, K sont les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.
 $S_{(BC)}$ et $S_{(JK)}$ sont les symétries d'axes (BC) et (JK) respectivement. L'application $S_{(BC)} \circ S_{(JK)}$ est :
 [1pt]
- la translation de vecteur $2\vec{AI}$;
 - la rotation de centre A ;
 - la translation de vecteur \vec{AI} .

Problème :(10.points)

Le problème comporte deux parties indépendantes.

Partie A

f est la fonction numérique définie sur $D = \mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$. On note (Γ) la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , d'unité 1cm sur les axes.

- Etudier le sens des variations de f et dresser son tableau de variations. [1.5pt]
- Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout réel x de D on ait : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$. [0.75pt]
 - En déduire que la droite (Δ) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe (Γ) . [0.5pt]
- Montrer que le point $\Omega(-1, -4)$ est centre de symétrie pour la courbe (Γ) . [0.5pt]
- Tracer (Γ) . [1.25pt]
- Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par $g(x) = f(|x|)$.
 - Etudier la parité de g , puis comparer $g(x)$ et $f(x)$ pour x positif. [1pt]
 - Tracer la courbe (Γ') représentative de g dans le même graphique que (Γ) . [1pt]

Partie B :

La suite (u_n) est définie pour tout entier n par $u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n - 3}$.

- Calculer u_1 et u_2 . [0.5pt]
- On pose $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$.
 - Montrer que (v_n) est une suite arithmétique, préciser son premier terme et sa raison. [2pt]
 - Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n . [1.5pt]
 - Calculer la limite de la suite (u_n) . [0.5pt]