

SEQUENCE N° 2 / EPREUVE DE MATHEMATIQUES / NOVEMBRE 2009

Exercice 1 [4 Points]

Pour chacune des fonctions f ci-dessous, dire laquelle (ou lesquelles) des fonctions F, G et H proposées sont des primitives de f. Justifier. 1pt×4

1) $f(x) = x^2 + 2x + 3$ a) $F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - 7$ b) $G(x) = \frac{2x^3 + 6x^2 + 18x}{6}$ c) $H(x) = 2x + 2$

2) $f(x) = \frac{x^2 - 5}{2x^2}$ a) $F(x) = \frac{x^2 + 5}{2x}$ b) $G(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2x} - 4$ c) $H(x) = \frac{x^3 - 5x}{2x^3}$

3) $f(x) = 6x$ a) $F(x) = \frac{6x^2 + 3}{2}$ b) $G(x) = 6$ c) $H(x) = 3(x-1)(x+1)$

4) $f(x) = \sqrt{x}$ a) $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ b) $G(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ c) $H(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 5$

Exercice 2 [5points]

Pour chaque question, déterminer laquelle des affirmations a), b) ou c) est la bonne. Recopier le numéro de la question suivi de la lettre qui correspond à la bonne réponse. 1pt×5

1°) Soit f la fonction définie sur $]\frac{1}{3}; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 1}{3x - 1}$

On a alors :

a) $f'(x) = \frac{2x + 5}{3}$; b) $f'(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{(3x - 1)^2}$; c) $f'(x) = \frac{9x^2 + 28x - 2}{(3x - 1)^2}$

2°)

x	$-\infty$	-1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0

Le tableau de signes ci-dessus est celui de la fonction :

a) $f(x) = -2x^2 + x - 3$; b) $f(x) = 2x^2 + x - 3$; c) $f(x) = -2x^2 + x + 3$

3°) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (3x - 1)^4$.

On a alors :

a) $f'(x) = 12 \times (3x - 1)^3$; b) $f'(x) = 4 \times (3x - 1)^3$; c) $f'(x) = 3 \times (3x - 1)^3$

Pour les deux questions suivantes, on considère la courbe ci-dessous représentative d'une

fonction f définie sur \mathbb{R} .

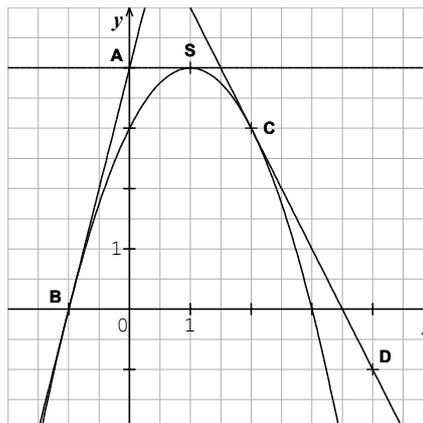
On a :

4°) a) $f'(1)=4$; b) $f'(-1)=4$; c) $f'(2)=2$

5°) a) $f'(x) \geq 0$ sur \mathbb{R}

b) $f'(x) \geq 0$ sur $]-\infty; 1]$

c) $f'(x) \geq 0$ sur $]1; +\infty[$



Problème [11points]

Soit g la fonction définie sur $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $g(x) = x + 1 + \frac{1}{x-2}$ et Γ sa courbe représentative dans un repère du plan.

- a) Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. 1,5pts
b) En déduire que Γ admet une asymptote verticale dont on donnera une équation. 1pt
- Montrer que la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote à Γ en $+\infty$ et en $-\infty$. 1pt
- a) Calculer $g'(x)$. 1pt
b) En déduire les variations de la fonction g . 2pts
- a) Déterminer en quels points la courbe Γ admet une tangente de coefficient directeur -3. 1pt
b) Donner une équation des tangentes à Γ en ces points. 1pt
- Tracer les asymptotes à Γ , les tangentes horizontales et celles déterminées à la question 4. puis Γ dans un repère judicieusement choisit. 2,5pts