Republique du Cameroun
. Paix-Travail-Patrie
Ministère de l'Enseignement Supérieur
. **Université de Douala**
Faculté de Génie Industriel

Republic of Cameroon
Peace-Work-fatherland
Ministry Of Higher Education
University Of Douala
Faculty Of Industrial Engineering

Année Académique 2006-2007
Academic Year 2006-2007

CONCOURS D'ENTREE EN 1$^{\text{ERE}}$ ANNEE, SESSION DE SEPTEMPBRE 2006
FIRST YEAR ENTRANCE EXAMINATION, SEPTEMBER SESSION 2006

EPREUVE DE (PAPER OF) : MATHEMATIQUES (METHEMATICS) BAC : C,D,E et GCE A-Level
Durée (Time) : 3 heures (hours)

Exercice 1 **[5points]**

On considère la fonction suivante $g(x) = \ln(x|\ln x|)$.

1. Déterminer le domaine de définition de g et calculer les limites.
2. Dresser le tableau de variation de g.
3. Déterminer le nombre de racines de l'équation $g(x) = 0$ en précisant les intervalles auxquels elles appartiennent.
4. Soit pour tout réel α la fonction $f_\alpha(x) = \frac{\alpha}{\ln x}$.
   (a) Montrer que les extrema de $f_\alpha(x)$ appartiennent à la courbe d'équation $y = 2g(x)$.
   (b) Déterminer le nombre de valeurs α pour lesquelles ces extrema sont nuls.
   (c) Déterminer les extrema pour $\alpha = 1$.

Exercice 2 **[5points]**

Soit $z = x + iy$ un nombre complexe donné affixe du point M.

1. On conidère le nombre complexe $W = \frac{z+2}{z-4}$, $z \neq 4$.
   (a) Mettre W sous la forme algébrique.
   (b) Déterminer l'ensemble des points M tel que W soit réel.
   (c) Trouver et représenter l'ensemble des points M tels que W soit imaginaire pur.
2. On considère l'application du plan suivante : $t : M(z) \mapsto M'(z')$ avec $z' = e^z$.
   (a) Déterminer le module et l'argument de z'.
   (b) Représenter graphiquement l'ensemble $E = \{M(x, y)/\, x < 0,\ 0 \leq y \leq \pi\}$.
   (c) Montrer que l'image par t de E est le domaine plan délimité par un demi-cercle à préciser ; puis faire sa représentation graphique.
   (d) Déterminer l'image réciproque du cercle de centre, l'origine et de rayon 2.

Exercice 3 **[5points]**

1. Un fabriquant de tôle reçoit une commande d'une boîte cylindrique (type boîte de conserve) (en m^3). Il veut déterminer le rayon et la hauteur de ce cylindre de façon que la surface de tôle à utiliser soit plus la plus petite. On désigne par x le rayon de ce cylindre et par h sa hauteur, mesurée en mêtre. L'épaisseur de la tôle est supposée négligeable.
   (a) Exprimer V en fonction de x et de h puis l'aire $S(x)$ de la tôle à utiliser.

(b) Déterminer les valeurs possibles de x puis calculer la dérivée et les limites de $S(x)$.

(c) En déduire que l'ensemble des couples (x, h) pour que la surface de la tôle soit minimum est une droite d'équation $h = ax$ à préciser.

2. On considère le triangle ABC, rectangle en A tel que $AB = x$, $AC = y$ et dont le périmètre est constant.

   (a) Exprimer P en fonction de x et de y et en déduire que $y = \frac{P(P-2x)}{2(P-x)}$.

   (b) Montrer que l'aire de ce triangle est minimum pour $x = y = \frac{P(2-\sqrt{2})}{2}$.

Exercice 4 **[5points]**

Soit $f(x) = \frac{\sin x}{1+\cos x}$ une fonction donnée.

1. Montrer que le domaine d'étude de cette fonction peut se ramener à $[0; \pi[$.
2. Calculer $f'(x)$ et préciser son signe dans le domaine d'étude.
3. Montrer que la courbe de f admet une branche infinie que l'on précisera.
4. Etablir le tableau de variations de f et l'équation de la tangente au point $x = 0$.
5. Tracer la courbe f dans l'intervalle $[-2\pi, 2\pi]$.
6. (a) Calculer $\int_0^\lambda f(x)dx$, $0 \leq \lambda \leq \pi$.

   (b) En déduire que l'aire délimitée par la courbe de f et les droites d'équation $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ est infinie.