Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat 2012
Série : *D*
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4h **Coefficient : 4**

Exercice 1 (4,5points). Une maîtresse a regroupé dans un tableau statistique les résultats d'une enquête portant sur le nombre de gâteau consommés pendant la récréation par 200 élèves d'une maternelle.

Modalités	0	1	2	3	4
Effectifs	10			35	
Effectifs cumulés croissants	10		80	115	
Fréquences en pourcentage		20		17,5	

1. Quelle est la nature du caractère étudié ? [0,5pt]
2. Recopier et compléter le tableau ci-dessus. [2pts]
3. Quel est le mode de cette série statistique ? [0,25pt]
4. Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de la série étudiée. [1,75pt]

Exercice 2 (5points).

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $2z^2 - 2iz - 1 = 0$. [1,5pt]
2. Le plan orienté étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère les points A et B d'affixes respectives $\dfrac{-1+i}{2}$ et $\dfrac{1+i}{2}$.
   Démontrer que OAB est un triangle rectangle de sommet principal O. [1pt]
3. On pose $Z = \dfrac{-1+i}{1+i}$.
   (a) Ecrire Z sous la forme trigonométrique. [0,5pt]
   (b) En déduire les racines cubiques de Z sous la forme trigonométrique puis sous la forme algébrique. [1,5pt]

Problème(11 points).
Le problème comporte trois parties A, B et C.
Partie A : 5,25 points
Soit la fonction numérique définie sur $]-1, 0]$ par $f(x) = \ln(1-x^2) - x$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans la plan rapporté à un repère orthonormé (unité graphique $10cm$).

1. Déterminer la limite de f à droite de -1.
   Donner une interpretation graphique du résultat obtenu. [0,5pt]
2. Etudier les variations de f et dresser sont tableau de variations. [1,5pt]
3. Donner le coefficient directeur de la tangente (D) à (C) au point d'abscisse 0. [0,25pt]
4. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $]-0,72; -0,71[$ une unique solution α. [0,75pt]
5. Tracer (D) et (C). [1,5pt]
6. Tracer dans le même repère la courbe représentative de $|f(x)|$. [0,75pt]

Partie B : 3 points

1. Vérifier l'égalité $\displaystyle\int_\alpha^0 \ln(1-x^2)\,dx = \int_\alpha^0 \ln(1+x)\,dx + \int_\alpha^0 \ln(1-x)\,dx$. [0,5pt]

2. A l'aide des intégration par parties, calculer en fonction de α les intégrales suivantes :
   $I = \displaystyle\int_{\alpha}^{0} \ln(1+x)dx$ et $J = \displaystyle\int_{\alpha}^{0} \ln(1-x)dx$. [1,5pt]
   On pourra remarquer que $\dfrac{x}{1+x} = 1 - \dfrac{1}{1+x}$ et $\dfrac{x}{1-x} = -1 + \dfrac{1}{1-x}$.
3. On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire exprimée en cm^2 de la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe (C), et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$. Calculer $\mathscr{A}$ en fonction de α. [1pt]

Partie C : 2,75 points

On considère la suite U à termes positifs définies sur $\mathbb{N}^\star$ par : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$ et $u_1 = 1$.

1. Calculer u_2 et u_3. Donner les résultats sous la forme 2^λ où λ est un réel. [0,5pt]
2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = \ln u_n = -2\ln 2$.
   (a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. [0,75pt]
   (b) Exprimer v_n en fonction de n. [0,5pt]
   (c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n et calculer la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$. [1pt]