

L'épreuve comporte sur deux pages, trois exercices et un problème, tous obligatoires.

**Exercice 1 : (4 points)**

On considère l'expression  $P(x)$  suivante :  $P(x) = \cos 4x - 5 \cos 2x - 6$ , dans laquelle  $x$  est un nombre réel appartenant à l'intervalle  $] -\pi; \pi]$ .

1. Exprime  $P(x)$  en fonction de  $\cos 2x$  seulement. [1 pt]
2. Résoudre alors dans  $] \pi; \pi]$ , l'équation :  $2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x - 7 = 0$ . [2 pts]
3. Placer les solutions sur le cercle trigonométrique. [1 pt]

**Exercice 2 : (5 points)**

On considère le tableau suivant :

Classes	[15;20[	[20;25[	[25;30[	[30;35[	[35;40[
Effectifs	40		30	20	
Effectifs cumulés croissants		80			
Effectifs cumulés décroissants		80			10

1. Recopier et compléter ce tableau. [2 pts]
2. Construire sur un même graphique le diagramme des effectifs cumulés croissants, et celui des effectifs cumulés décroissants. [2 pts]
3. En déduire une valeur approchée de la médiane de cette série statistique. [1 pt]

**Problème : (11 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité : 1 cm sur les axes).

**Partie I : (8 points)**

On considère la fonction  $f$  de la variable numérique  $x$  définie par  $f(x) = \frac{2x^2 + 5x}{2(x+1)}$ ; (C) sa courbe représentative dans le plan, et  $D_f$  son ensemble de définition.

1. Déterminer  $D_f$ . [0,5 pt]
2. Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que pour tout  $x$  élément de  $D_f$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ . [1,5 pts]
3. Justifier que  $f$  est dérivable pour tout élément de  $D_f$  et calculer  $f'(x)$ . [1 pt]
4. Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ . [1 pt]
5. Montrer que la droite d'équation  $y = x + \frac{3}{2}$  est asymptote oblique à (C). [0,5 pt]
6. Dresser le tableau de variation de  $f$ . [0,75 pt]

7. Montrer que le point  $I(-1; \frac{1}{2})$  est centre de symétrie de  $(C)$ . [0,75 pt]
8. Déterminer une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point d'abscisse 0. [0,5 pt]
9. Tracer  $(C)$  et  $(T)$ . [1,5 pts]

**Partie II : (3 points)**

On considère le point  $A(1; -1)$  et la droite  $(D)$  passant par  $B(-4; 0)$  et le vecteur directeur  $\vec{v}(1; 1)$ .  $(C')$  est le cercle de centre  $A$  et tangent à la droite  $(D)$ .

1. Donner une équation cartésienne de  $(D)$ . [0,5 pt]  
Dans le même repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , placer les points  $A$  et  $B$ , puis tracer la droite  $(D)$  et le cercle  $(C')$ . [1 pt]
2. On considère le point  $H(-2; 2)$ ; Montrer que  $(AH)$  est perpendiculaire à  $(D)$ . [0,5 pt]
3. Vérifier que  $H$  appartient à  $(D)$ . [0,25 pt]  
En déduire une équation cartésienne et le rayon de  $(C')$ . [0,75 pt]