

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur une pages. Le candidat devra traiter chacun des exercices et le problème. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 : (4 points)

Les êtres humains sont répartis suivant la composition du sang, en quatre groupes : O, A, B et AB. Dans une assemblée de dix donneurs de sang, quatre personnes appartiennent au groupe O, trois personnes au groupe A, deux personnes au groupe B et une personne au groupe AB. On choisit au hasard et simultanément trois personnes de cette assemblée. Déterminer :

1. Le nombre de choix possibles. [1pt]
2. Le nombre de choix où les trois personnes appartiennent au même groupe sanguin. [1,5pt]
3. Le nombre de choix où deux personnes au moins appartiennent au même groupe sanguin. [1,5pt]

Exercice 2 : (5 points)

(u_n) est la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles. [0,75pt]
2. (a) Déterminer la fonction h telle que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = h(u_n)$. [0,5pt]
(b) Représenter dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les cinq premiers termes de (u_n) sur l'axe des abscisses. [1pt]
3. (a) Prouver que la suite numérique (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 2$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme. [1,25pt]
(b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . [1,5pt]

Problème : (11 points)

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère la fonction rationnelle f définie par $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan.

1. (a) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations. [3pts]
(b) Préciser les asymptotes à la courbe (C_f) de f . [0,5pt]
(c) Démontrer que le point $I(0; 1)$ est le centre de symétrie de la courbe (C_f) . [1pt]
2. Construire la courbe (C_f) . [1,5pt]
3. Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie par $g(x) = f(|x|)$ et (C_g) sa courbe représentative. [0,5pt]
(a) Montrer que la fonction g est paire. [0,5pt]
(b) Donner un programme de construction de la courbe (C_g) à partir de la courbe (C_f) . [0,5pt]
(c) Tracer alors (C_g) dans le même repère que (C_f) . [0,5pt]

Partie B

On désigne par $A(1, 3)$, $B(-1, 3)$ et $C(-1, -1)$ trois points dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Quelle est la nature du triangle ABC ? [0,5pt]
2. Calculer $\cos \widehat{ACB}$ et $\cos \widehat{BAC}$.
En déduire les valeurs approchées en degré de \widehat{ACB} et \widehat{BAC} . [2pts]
3. Trouver l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 = 20$. [1pt]