

L'épreuve comporte sur deux pages, deux exercices et un problème, tous obligatoires.

**Exercice 1** (5 points). Dans le tableau ci-dessous, pour chacune des questions de la deuxième colonne de gauche, il vous est proposé trois réponses parmi lesquelles une seule est juste ; reproduire sur votre feuille de composition le numéro de la question et celui de la réponse juste correspondante.

N°	Question	Réponse a)	Réponse b)	Réponse c)
1° (1pt)	Le plan vectoriel est rapporté à une base $(\vec{i}, \vec{j})$ ; $f$ est l'endomorphisme du plan défini pour tout vecteur $\vec{u}(x, y)$ par $f(\vec{u}) = (2x - 2y)\vec{i} - (x + y)\vec{j}$ . Le noyau de $f$ est :	$\{\vec{0}\}$	La droite vectorielle de base $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j}$	La droite vectorielle de base $\vec{w} = -\vec{i} + \vec{j}$
2° (0,5pt)	Le plan vectoriel est rapporté à une base $(\vec{i}, \vec{j})$ ; la matrice de l'endomorphisme $g$ défini pour tout $\vec{u}(x, y)$ par $g(\vec{u}) = (-x - y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$ est :	$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
3° (1pt)	L'espace affine est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . $P$ et $P'$ sont deux plans d'équations cartésiennes respectives $x - 2y + z + 2 = 0$ et $x + y + z + 2 = 0$ ; les plans $P$ et $P'$ sont :	Parallèles	Perpendiculaires	Confondus
4° (1,5pt)	$A$ et $B$ sont deux points du plan euclidien ; $I$ est le milieu de $[AB]$ ; $G$ le barycentre du système $\{(A, 3); (B, -1)\}$ . L'ensemble des points $M$ tels que $\ 3\vec{MA} - \vec{MB}\  = \ \vec{MA} + \vec{MB}\ $ est :	Le cercle de diamètre $[GI]$	$\emptyset$	La médiatrice de $[GI]$ .
5° (1pt)	Le plan affine euclidien est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ; le cercle $(C)$ d'équation $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ , et la droite $(D)$ d'équation cartésienne $3x + 4y + 11 = 0$ sont :	Sécants	Tangents	Disjoints

**Exercice 2** (4 points).

1. Montrer que pour tout  $x$  réel,  $\cos x \sin x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16} \sin 16x$ . [1pt]
2. En déduire que  $\cos \frac{\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{16}$ . [0,5pt]
3. On considère la fonction polynôme  $p$  définie pour tout réel  $x$  par  $p(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$ .
  - (a) Calculer  $p(-1)$  ; en déduire que  $p(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels que l'on déterminera. [1pt]
  - (b) Résoudre alors dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $2 \sin^3 2x + 5 \sin^2 2x + \sin 2x - 2 = 0$ . [1,5pt]

**Problème** : (11 points)

**Partie A**

 On considère la fonction  $f$  définie de  $\mathbb{R} - 1$  dans  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x^2}{2(x-1)}$ .

1. Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition. [1pt]
2. Calculer la dérivée et dresser le tableau de variation de  $f$ . [2pts]
3. Montrer que la courbe  $(C)$  représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , admet une asymptote oblique et une asymptote verticale, dont on donnera les équations cartésiennes respectives. [1,5pt]
4. Tracer  $(C)$  et ses asymptotes. [1,5pt]
5. Montrer que le point  $K(1; 1)$  est centre de symétrie de  $(C)$ . [1pt]
6.  $m$  étant un paramètre réel, discuter graphiquement l'existence et le nombre de solutions de l'équation  $x^2 + 2mx - 2m = 0$ . [1,5pt]

**Partie B**

 On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n > 1$  par la relation  $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2(u_n - 1)}$  avec  $u_2 = 4$ .

1. Calculer  $u_3$ ,  $u_4$  et  $u_5$ . [0,75pt]
2. Placer  $u_2$ ,  $u_3$ ,  $u_4$  et  $u_5$  sur le graphique de la fonction  $f$ . [1pt]
3. En déduire le sens de variation de  $(u_n)$ . [0,75pt]