Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Probatoire 2014
Série : C-E
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 3 heures
Coefficient : 6(C)/ 5(E)

EXERCICE 1 (5 points)

1. (a) Calculer $\left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2$. [0,5pt]

   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, le système suivant : $\begin{cases} a+b = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ ab = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$. [1pt]

   (c) En déduire dans $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[\times\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$, les solutions du systèmes d'inconnues (x,y) suivant
   $\begin{cases} 2\sin x + 2\sin y = \sqrt{3}+1 \\ \sin x \sin y = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$ [1,5pt]

2. Dans un plan vectoriel E muni d'une base $B = (\vec{\imath};\vec{\jmath})$, on considère l'application linéaire f de E vers E et de matrice $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ relativement à B.

   (a) Déterminer le noyau et l'image de f. [1pt]

   (b) On pose $M' = 2M - 2I$ où $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Justifier que M' est la matrice inverse de M. [1pt]

EXERCICE 2 (4 points)

On s'est intéressé au nombre de personnes qui ont visité un site touristique sur 7 ans. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Rang de l'année (X)	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de personnes en milliers (Y)	1,5	2	3,5	1	6	8	10

1. Représenter le nuage de points de la série statistique ainsi définie. [1pt]

   (a) Calculer la covariance de la série statistique (X,Y). On donnera le résultat à 10^{-2} près par excès. [0,75pt]

   (b) En prenant la moyenne de Y égale à 4,57 ; la variance de X égale à 4 et la variance de Y égale à 10,46 :

      i. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y. [0,25pt]

      ii. Justifier qu'une équation de la droite de régression de Y en X est $y = 1,43x - 1,15$. [0,5pt]

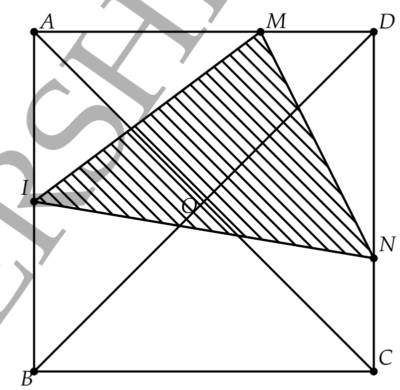
   (c) En déduire une estimation du nombre de personnes qui visiteront ce site en l'année de rang 31. [0,5pt]

2. Ce site comporte 5 escales distinctes nommées A, B, C, D et E. Elles sont obligatoires pour tous les visiteurs qui y passent une fois par escale. De combien de façons distinctes peut-on :

   (a) parcourir les 5 escales ? [0,5pt]

   (b) parcourir les 5 escales si on commence toujours par l'escale A ? [0,5pt]

PROBLEME (11 points)
PARTIE A (5,75 points)



Dans le plan orienté, $ABCD$ est un carré direct de centre O et de côté $AB = 6$. I est le milieu du segment $[AB]$, M et N des points des segments $[AD]$ et $[DC]$ respectivement tels que $AM = DN$; $M \neq A$ et $M \neq D$.

1. Soit r la rotation qui transforme A en D et M en N. Déterminer la mesure principale de l'angle de r. [0,5pt]
2. (a) Montrer que $OM^2 = 18 - 6AM + AM^2 = ON^2$. [1pt]
   (b) En déduire que O est le centre de la rotation r. [0,5pt]

   On pose pour toute la suite $AM = x$, et on appelle G le barycentre du système $A(7-x)$, $B(1)$ et $D(x)$.
3. (a) Soit k le réel tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{DM}$. Déterminer k en fonction de x et en déduire que M est le barycentre de A et D affectés respectivement des coefficients $6-x$ et x. [0,75pt]
   (b) Vérifier que $(7-x)\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + x\overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + (6-x)\overrightarrow{GA} + x\overrightarrow{GD}$ et en déduire que G est le barycentre des points M et I affectés de coefficients que l'on déterminera. [0,5pt]
   (c) Soit G', l'image de G par r et J le milieu de $[AD]$. Justifier que $\overrightarrow{G'J} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{NJ}$. [0,5pt]
4. (a) Exprimer les aires des triangles IAM et MDN en fonction de x. [1pt]
   (b) Montrer que l'aire $\mathcal{A}_1$ du trapèze $BCNI$ en unité d'aire est $\mathcal{A}_1 = 27 - 3x$. [0,5pt]
   (c) En déduire que l'aire $\mathcal{A}$ du triangle IMN en unité d'aire est : $\mathcal{A} = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{3}{2}x + 9$. [0,5pt]

PARTIE B (5,25 points)

Soit f la fonction définie de l'intervalle $[0;6]$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{3}{2}x + 9$.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. [0,5pt]
2. (a) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. [1pt]
   (b) En déduire que pour tout réel $x \in [0;6]$, $f(x) \geq f\left(\frac{3}{2}\right)$. [0,5pt]
   (c) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle IMN est minimale. [0,5pt]
3. Représenter f dans un repère orthogonal. (Echelle : 1cm pour 1 unité en abscisse ; 1cm pour 3 unités en ordonnées.) [1pt]
4. Soit g la fonction définie de $[-6;6]$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(|x|)$.
   (a) Etudier la continuité et la dérivabilité de g en 0. [0,75pt]
   (b) Justifier que g est une fonction paire. [0,25pt]
   (c) Déduire en traits interrompus courts, la courbe de g de celle de f. [0,75pt]