

EXERCICE 1 (4 points)

ABC est un triangle isocèle de sommet C tel que : $AB = 6\text{cm}$ et $AC = 4\text{cm}$.

- Déterminer et construire le point G barycentre des points pondérés $(A;3)$, $(B;2)$ et $(C;-1)$. [1,5 pt]
- Soit h la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que :
 $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$.
 - Démontrer que $\overrightarrow{GM'} = -3\overrightarrow{GM}$. [0,5 pt]
 - En déduire la nature et les éléments caractéristiques de h . [0,5 pt]
- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 26$.
 - Déterminer et construire (Γ) . [1 pt]
 - Construire l'image (Γ') de (Γ) par h . [0,5 pt]

EXERCICE 2 (5 points)

- I-**
- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $2 \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \cos x + \sqrt{3} \sin x$. [0,5 pt]
 - Résoudre dans \mathbb{R} , puis dans $[0; 2\pi[$ l'équation $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$. [1,5 pt]
 - Représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique. [1 pt]
- II-** Un GIC d'un village compte 80 membres repartis en trois catégories selon le tableau suivant.

| | Jeunes | Hommes mariés | Femmes mariées |
|--------|--------|---------------|----------------|
| Nombre | 42 | 26 | 12 |

On désire former un bureau composé d'un président, d'un commissaire aux comptes et d'un censeur.

- Combien de bureaux différents peut-on former ? [1 pt]
- Combien de bureaux ne comportant pas de jeunes peut-on former ? [1 pt]

PROBLEME

Partie A

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Le tableau ci-contre est une partie d'un tableau de variation d'une fonction paire f de courbe représentative (C) .

| | | |
|---------|---|-----------|
| x | 0 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | 0 | + |
| $f(x)$ | 0 | 2 |

- Donner le domaine de définition D_f de f . [0,5 pt]
- Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. [0,5 pt]
 - Quels sont l'asymptote et l'élément de symétrie de (C) ? [1 pt]
- Quel est le signe de f' sur $] -\infty; 0]$? [0,5 pt]
- Recopier et compléter le tableau de variation ci-dessus. [1 pt]
- Construire la courbe (C) . (Unité sur les axes 2cm). [1,5 pt]

6. On admet que $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x^2 + 1}$ où a et b sont des réels. Déterminer a et b . [1,5 pt]
7. Pour x élément de D_f , on pose $h(x) = -f(x)$. Déduire de (C) la courbe (Γ) de h . [1 pt]

Partie B

On donne $g(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$. Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_n = g(n) \end{cases}$.

1. Démontrer que pour tout entier naturel n , $U_n \geq 0$. [0,75 pt]
2. Montrer que la suite (U_n) est croissante. [0,75 pt]
3. Etudier le signe de $U_n - 2$ et en déduire que la suite (U_n) est majorée. [1 pt]
4. Montrer que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite. [1 pt]