

Épreuve de Mathématiques

Enseignant : Njionou Patrick, S.

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Toute affirmation sans preuve pourra être rejetée sans preuve.

EXERCICE 1

07 points

1. Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes d'équations suivants :

$$\text{a. } \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y+1} = -1 \\ \frac{1}{x-2} - \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}, \quad [1\text{pt}] \quad \text{b. } \begin{cases} 2x^2 - y = 1 \\ x^2 + y = 0 \end{cases}. \quad [1\text{pt}]$$

2. On considère la fonction $f(x) = 2x^3 + 8x^2 - 8x - 32$.

a. Donner l'ensemble de définition D_f de f . [0,5pt]

b. i. Calculer $f(2)$. [0,5pt]

ii. Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$, l'on ait :
 $f(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$. [1pt]

iii. En déduire une forme factorisée de f . [1pt]

c. Etudier le signe de f dans un tableau de signe. [1pt]

d. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$. [1pt]

EXERCICE 2

05 points

1. Résoudre par la méthode du pivot de Gauss le système $\begin{cases} 2x + 2y + z = 4 \\ -2x + 3y + 2z = 2 \\ 5x - 2y - 2z = 1 \end{cases}$. [1,5pt]

2. Une mère de 37 ans a trois enfants âgés respectivement de 8, 10 et 13 ans.

a. Dans combien d'année l'âge de la mère sera t-il égal à la somme des âges des enfants. [1pt]

b. Quels seront alors les âges respectifs de la mère et de chacun des enfants ? [1pt]

3. Cette mère partage une somme de 7750 F entre ses trois enfants. Les parts sont proportionnelles à leurs âges actuels respectifs. Déterminer la part de chaque enfant. [1,5pt]

PROBLEME

08 points

Le plan est muni du repère orthormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$ et (\mathcal{C}) sa courbe représentative.

1. a. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . [1pt]

b. Calculer les limites de f aux bornes de D_f . [1,5pt]

2. a. Calculer $f'(x)$ (dérivée de f) et en déduire les variations de f . [1pt]

b. Dresser le tableau de variations de f . [0,5pt]

3. a. Démontrer que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x}$. [0,5pt]

b. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à (\mathcal{C}) en $-\infty$ et en $+\infty$. [1pt]

c. Etudier les positions relatives de (\mathcal{C}) et (D) . [0,5pt]

d. Préciser l'asymptote verticale. [0,5pt]

4. a. Démontrer que le point $\Omega(2; 0)$ est un centre de symétrie de (\mathcal{C}) . [0,5pt]

b. Construire (\mathcal{C}) . [1pt]