

Épreuve de Mathématiques

Enseignant : Njionou Patrick, S.

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE 1

6 points

1. Simplifier les expressions suivantes :

- a. $\ln(\sqrt{2} + 1) + \ln(\sqrt{2} - 1)$. [0,5pt] c. $\ln(81) - 3 \ln 3 + \ln \frac{1}{9}$. [0,5pt]
b. $\ln(\sqrt{8} - 2) + \ln(\sqrt{8} + 2)$. [0,5pt] d. $\ln(8) + \ln(16) - \ln(32)$. [0,5pt]

2. Résoudre par la méthode du pivot de Gauss le système $\begin{cases} 2x + 2y + z = 4 \\ -2x + 3y + 2z = 2 \\ 5x - 2y - 2z = 1 \end{cases}$. [1pt]

3. Une mère de 37 ans a trois enfants âgés respectivement de 8, 10 et 13 ans.

- a. Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges des enfants. [1pt]
b. Quels seront alors les âges respectifs de la mère et de chacun des enfants ? [1pt]

4. Cette mère partage une somme de 7750 F entre ses trois enfants. Les parts sont proportionnelles à leurs âges actuels respectifs. Déterminer la part de chaque enfant. [1pt]

EXERCICE 2

5 points

1. Dans une association d'amis, 7 personnes font la tontine de 25000 F, 9 personnes font la tontine de 15000 F, sachant qu'il y a 10 personnes, combien font les deux tontines ?

2. On considère la fonction $f(x) = 2x^3 + 8x^2 - 8x - 32$.

- a. Donner l'ensemble de définition D_f de f . [0,5pt]
b. i. Calculer $f(2)$. [0,5pt]
ii. Déterminer les réels a et b tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)(2x^2 + ax + b)$. [1pt]
iii. En déduire une forme factorisée de f . [1pt]
c. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. [1pt]
d. En déduire les solutions des inéquations $f(x) > 0$ et $f(x) \leq 0$. [1pt]

EXERCICE 3

9 points

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle x définie par $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$, C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. a. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f . [0,5pt]
b. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel $x \in D_f$ on a : [1,5pt]

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}.$$

- c. Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. [1pt]
d. Déterminer les équations cartésiennes respectives des deux asymptotes à la courbe C_f . [1pt]

2. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. [2pts]
3. a. Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de la courbe C_f et l'axe des ordonnées. [0,5pt]
- b. Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe C_f au point A . [0,5pt]
- c. Tracer dans le même repère la droite (T) et la courbe C_f . [2pts]