Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat 2014
Série : C-E
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4h Coefficient : 5(C)/ 4(E)

L'épreuve comporte trois exercices et un problème, le tout sur

EXERCICE 1 (3,25 points)

Soit à résoudre le système : $\begin{cases} x = \sqrt{2y+3} \\ y = \sqrt{2z+3} \\ z = \sqrt{2x+3} \end{cases}$ où x, y et z sont des nombres réels.

1. Première approche : **série E uniquement**.
   (a) Montrer que le triplet $(3,3,3)$ est une solution de ce système. [0,25pt]
   (b) Montrer que si le triplet (x,y,z) est une solution de ce système, on ne peut pas avoir $x < 3$. [1,25pt]
   (c) Montrer que si le triplet (x,y,z) est une solution de ce système, on ne peut pas avoir $x > 3$. [1,25pt]
   (d) Déduire alors l'ensemble solution de ce système. [0,5pt]
2. Deuxième approche : **série C uniquement**
   (a) Montrer que si le triplet (x,y,z) est solution de ce système, alors x, y et z sont solutions de l'équation : [1,25pt]
   $$t^8 - 12t^6 + 30t^4 + 36t^2 - 128t - 183 = 0.$$
   (b) En déduire les valeurs rationnelles de x, y et z. [2pts]

EXERCICE 2 (3 points)

– On dit que deux suites (u_n) et (v_n) sont dites adjacentes lorsque : l'une est croissante, l'autre décroissate et $u_n - v_n$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$.
– Si (u_n) et (v_n) sont deux suites adjacentes telles que (u_n) est croissante et (v_n) est décroissante, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq v_n$.

1. Compléter les phrase ci-après avec le mot qui convient :
   (a) Toute suite croissante et majorée est .... [0,25pt]
   (b) Toute suite décroissante et .... est convergente [0,25pt]
2. Indiquer si la proposition ci-après est vraie ou fausse et proposer une démonstration pour la réponse indiquée : « Deux suite adjacentes sont convergentes et elles ont la même limite ». [1,5pt]
3. Relier en justifiant votre choix la courbe (C) de la colone (I) à la courbe (C') de la colonne (II).

EXERCICE 3 (3,75 points)

On désigne par $\mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$, la famille des endomorphismes f_λ de $\mathbb{R}^2$ dont la matrice M_λ relativement à la base canonique $(\imath, \jmath)$ de $\mathbb{R}^2$ est de la forme $\begin{pmatrix} -1+\lambda & 1+\lambda \\ \lambda(1-\lambda) & \lambda \end{pmatrix}$ où λ est un réel.

1. A quelle conditions sur λ, f_λ est-il un automorphisme ?

2. Une boîte Ω contient 5 boules numérotées -2, -1, 0, 1 et 2, toutes indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de Ω et on note (p, q) le couple de numéros obtenus.
   On désigne par X l'aléa numérique qui à tout couple (p, q) associe la valeur :
   – -2 si aucun des f_p et f_q n'est un automorphisme ;
   – 1 si un seul parmi f_p et f_q est un automorphisme ;
   – 3 si les deux f_p et f_q sont des automorphismes.
   (a) Déterminer la loi de probabilité de X.
   (b) Calculer l'espérance et l'écart-type de X.
3. Déterminer une équation cartésienne du noyau et de l'image de f_{-2}.
4. Soit g l'application linéaire définie de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$ par $g(x, y) = \frac{1}{2}\left(-x + 3y; \frac{1}{2}x + y\right)$. g appartient-elle à $\mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$? Justifier.

PROBLEME
PARTIE A : (3,75 points)
Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère l'équation $(E) : z^3 + 64i = 0$.

1. Déterminer une solution z_0 de (E) telle que $\bar{z}_0 = -z_0$.
2. Déterminer les deux autres solutions z_1 et z_2 de (E), où z_1 a une partie réelle négative.
3. Les points A, B et C ont pour affixes respectives : $-2\sqrt{3} - 2i$, $2\sqrt{3} - 2i$ et $4i$. Déterminer la nature du triangle ABC et montrer que les points A, B et C appartiennent à une conique dont on précisera la nature et les éléments caractéristiques.
4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f du plan qui à $M(z)$ associe $M'(z')$ tel que $(z' - 4i) = re^{i\theta}(z - 4i)$ et qui transforme le point A en B ; r et θ étant des nombres réels.

PARTIE B : (5 points)
PARTIE C : (1,25 point)
f est la fonction numérique d'une variable réelle x définie par $f(x) = e^{2e^x}$. On pose $g(x) = \ln f(x)$.
Montrer que g est solution d'une équation différentielle du premier ordre que l'on précisera.