

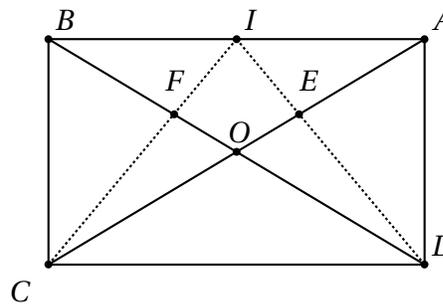
L'épreuve comporte sur deux pages, trois exercices et un problème, tous obligatoires.

**Exercice 1** (2 points). On pose  $g(x) = 2 \cos^2 x + \sin 2x$ , où  $x$  est un réel.

1. Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $g(x + \pi) = g(x)$ . [0.25pt]
2. Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $g(x) = 1 + \cos 2x + \sin 2x$ . [0.25pt]
3. Résoudre dans  $]0; \pi]$  l'équation  $g'(x) = 0$  où  $g'$  est la dérivée de  $g$  et représenter les solutions trouvées sur un cercle trigonométrique. [1.5pt]

**Exercice 2** (4 points).

$ABCD$  est un rectangle de centre  $O$ ,  $I$  est le milieu de  $[AB]$ . Les droites  $(AC)$  et  $(DI)$  se coupent en  $E$ ; les droites  $(BD)$  et  $(IC)$  se coupent en  $F$ .

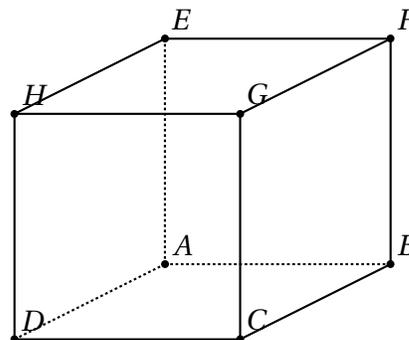


1. Déterminer l'image du triangle  $ABC$  par la réflexion d'axe  $(OI)$ . [1pt]
2. Montrer que le point  $F$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$ . [1pt]
3. En déduire que  $E$  est le centre de gravité du triangle  $BAD$ . [1pt]
4. Soit  $h$  l'homothétie de centre  $O$  qui transforme  $A$  en  $E$ .
  - (a) Montrer que les droites  $(EF)$  et  $(AB)$  sont parallèles. [0.5pt]
  - (b) Déterminer  $h(B)$ . [0.5pt]

**Exercice 3** (3 points). Pour chacune des questions suivantes, recopier sur votre feuille de composition, le numéro de la question de la réponse choisie parmi celles proposées.

1. Sachant que  $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$  et  $\sin x = \frac{3}{5}$ , alors : [1pt]
  - (a)  $\cos x = \frac{2}{5}$ ;      (b)  $\cos x = -\frac{4}{5}$ ;      (c)  $\cos x = \frac{4}{5}$ ;      (d)  $\cos x = -\frac{2}{5}$ ;      (e)  $\cos x = -\frac{3}{5}$ ;

2. Si  $ABCDEFGH$  est le cube ci-contre, alors la droite  $(DG)$  est : [1pt]
  - (a) perpendiculaire au plan  $(GFH)$  car  $(DG) \perp (GH)$  et  $(GF) \perp (DA)$ ;
  - (b) parallèle au plan  $(CFH)$ ;
  - (c) perpendiculaire au plan  $(CHE)$ .



3.  $ABC$  est un triangle équilatéral ;  $I, J, K$  sont les milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[CA]$  et  $[AB]$ .  
 $S_{(BC)}$  et  $S_{(JK)}$  sont les symétries d'axes  $(BC)$  et  $(JK)$  respectivement. L'application  $S_{(BC)} \circ S_{(JK)}$  est :  
 [1pt]
- la translation de vecteur  $2\vec{AI}$  ;
  - la rotation de centre  $A$  ;
  - la translation de vecteur  $\vec{AI}$ .

**Problème :**(10.points)

Le problème comporte deux parties indépendantes.

**Partie A**

$f$  est la fonction numérique définie sur  $D = \mathbb{R} - \{-1\}$  par  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$ . On note  $(\Gamma)$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , d'unité 1cm sur les axes.

- Etudier le sens des variations de  $f$  et dresser son tableau de variations. [1.5pt]
- Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout réel  $x$  de  $D$  on ait :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ . [0.75pt]
  - En déduire que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = ax + b$  est asymptote à la courbe  $(\Gamma)$ . [0.5pt]
- Montrer que le point  $\Omega(-1, -4)$  est centre de symétrie pour la courbe  $(\Gamma)$ . [0.5pt]
- Tracer  $(\Gamma)$ . [1.25pt]
- Soit  $g$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = f(|x|)$ .
  - Etudier la parité de  $g$ , puis comparer  $g(x)$  et  $f(x)$  pour  $x$  positif. [1pt]
  - Tracer la courbe  $(\Gamma')$  représentative de  $g$  dans le même graphique que  $(\Gamma)$ . [1pt]

**Partie B :**

La suite  $(u_n)$  est définie pour tout entier  $n$  par  $u_{n+1} = \frac{u_n - 4}{u_n - 3}$ .

- Calculer  $u_1$  et  $u_2$ . [0.5pt]
- On pose  $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$ .
  - Montrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique, préciser son premier terme et sa raison. [2pt]
  - Exprimer  $v_n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ . [1.5pt]
  - Calculer la limite de la suite  $(u_n)$ . [0.5pt]