

**Exercice 1** (5 points). Le plan euclidien est rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ; on considère les points  $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -3 \end{smallmatrix}\right)$ ,  $B\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$  et  $C$  tel que  $C$  soit barycentre de  $A$  et  $B$  affectés respectivement des coefficients 2 et  $-1$ .

1. Montrer que le point  $A$  est le milieu de  $[BC]$ . [1pt]
2. On considère  $(\mathcal{C})$  et  $(\mathcal{C}')$  les cercles d'équations cartésiennes respectives :

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0 \quad \text{et} \quad x^2 + y^2 - 6x + 8y + 23 = 0.$$

- (a) Déterminer les éléments caractéristiques de  $(\mathcal{C})$  et  $(\mathcal{C}')$ . [1pt]
- (b) Montrer que  $(\mathcal{C}')$  est l'image de  $(\mathcal{C})$  par la symétrie de centre  $A$ . [0.5pt]
- (c) Soit  $(D)$  la droite d'équation cartésienne  $x - y + c = 0$ ; déterminer  $c$  pour que  $(D)$  soit une tangente commune à  $(\mathcal{C})$  et  $(\mathcal{C}')$ . [1.5pt]
- (d) Tracer  $(D)$ ,  $(\mathcal{C})$  et  $(\mathcal{C}')$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . [1pt]

**Exercice 2** (4 points). *Chacune des questions de cet exercice se termine par une affirmation écrite en gras; dire dans chaque cas si cette affirmation est vraie ou fausse. Aucun détail n'est demandé sur votre feuille de composition.*

1.  $G$  est le barycentre du système de points pondérés du plan  $\{(A, \cos^2 \alpha), (B, -\sin^2 \alpha), (C, \frac{1}{3})\}$ , avec  $\alpha \in ]-\pi, \pi[$ ;  **$G$  existe pour  $\alpha = -\frac{2\pi}{3}$ .** [1pt]
2. Le plan vectoriel étant rapporté à la base  $(\vec{i}; \vec{j})$ ,  $f$  est l'endomorphisme défini de la manière suivante :  $f(\vec{i} - 2\vec{j}) = \vec{i} + \vec{j}$ ,  $f(\vec{i} + \vec{j}) = -2\vec{i} - 2\vec{j}$ ;  **$f$  est un isomorphisme.** [1pt]
3. L'espace affine euclidien est rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .  $\Phi$  est la sphère de centre  $O(1, 1, 0)$  et de rayon 2;  $P$  est le plan d'équations cartésienne  $x + y + z\sqrt{2} + 2 = 0$ . **L'intersection de  $P$  et de  $\Phi$  est un cercle.** [1pt]
4.  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont deux suites numériques définies de la manière suivante :  $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{u_n - 1}{2u_n - 1} \end{cases}$  et  $v_n = \frac{1}{u_n - 1} \cdot (v_n)$  **est une suite arithmétique de raison 2.** [1pt]

**Problème :** (11 points) *Le problème comporte deux parties indépendantes.*

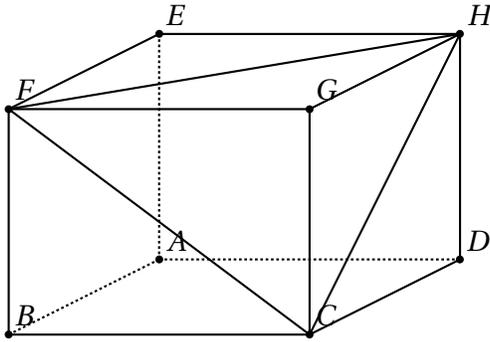
**Partie A [7,5 points]**

On considère la fonction numérique définie pour tout réel  $x$  différent de  $-1$  par  $f(x) = \frac{4x^2 + 5x + 2}{x + 1}$ . ( $\Gamma$ ) désigne dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe représentative de  $f$ .

1. Donner les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. [1pt]
2. Calculer  $f'(x)$ , en déduire le sens de variation de  $f$  sur son ensemble de définition. [1pt]
3. Dresser le tableau de variation de  $f$ . [1pt]
4. Montrer que le point  $I(-1, -3)$  est centre de symétrie de  $(\Gamma)$ . [1pt]
5. Montrer que la courbe  $(\Gamma)$  admet une asymptote oblique dont on donnera une équation cartésienne (on écrira  $f(x)$  sous la forme  $ax + b + \frac{c}{x+1}$ ,  $a, b$  et  $c$  étant des réels que l'on déterminera). [1pt]
6. Tracer  $(\Gamma)$ . [1.5pt]

7.  $S_I$  désigne la symétrie de centre  $I$  et  $S_\Delta$  la symétrie d'axe  $x'Ox$ ; construire dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , l'image de la courbe  $(\Gamma)$  par la transformation  $S_\Delta \circ S_I$ . (On pourra utiliser le résultat de la question 4.. [1pt]

**Partie B [3,5 points]**



$ABCDEFGH$  est un cube (Voir figure ci-contre).

1. Déterminer les coordonnées de  $C$ ,  $F$ ,  $G$ , et  $H$  dans le repère  $(A, \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ . [1pt]
2. Donner une équation cartésienne du plan  $(CFH)$  et calculer la distance du point  $G$  à ce plan. [1.5pt]
3. Montrer que le triangle  $CFH$  est équilatéral. [1pt]