Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Probatoire 2012
Série : $C-E$
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 3h Coefficient : 6(C)/ 5(E)

L'épreuve comporte sur deux pages, deux exercices et un problème, tous obligatoires.

Exercice 1 (4,5 points)**.**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|4x+2| > |3-x|$. [1,5pt]
2. On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $(x-1)(x^2-3) = 39$.
   (a) Ecrire 39 sous la forme d'un produit de facteurs premiers. [0,25pt]
   (b) Trouver alors une solution de l'équation (E) dans l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels. [0,75pt]
   (c) Montrer que cette solution entière est l'unique qu'admet l'équation (E) dans $\mathbb{R}$. [1pt]
3. Calculer le réel défini par [1pt]

$$A = \left(1+\frac{1}{4}\right)\times\left(1+\frac{1}{5}\right)\times\left(1+\frac{1}{6}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{999}\right).$$

Exercice 2 (4,5 points)**.**

1. Soit θ un nombre réel.
   (a) Développer $(\cos^2\theta - \sin^2\theta)^2$. [0,5pt]
   (b) En déduire que $\cos^4\theta + \sin^4\theta = \frac{1}{4}(1+\cos^2 2\theta)$. [1pt]
   (c) Résoudre dans $]-\pi, \pi[$ léquation : $\cos^4\theta + \sin^4\theta = \frac{5}{8}$. [1pt]
2. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et telle que :

$$u_0 \in \mathbb{R}^\star; \quad q > 0, \ \text{et} \ \begin{cases} u_0 \times u_1 \times u_2 = 27 \\ u_0 \times u_2 \times u_4 = 216. \end{cases}.$$

   (a) Déterminer la raison et le terme initial u_0. [1,5pt]
   (b) En déduire u_n en fonction de n. [0,5pt]

Problème :(11points) *Le problème comporte trois parties indépendantes A, B et C.*
Partie A [**4,5points**]

1. On considère les fonctions numériques suivantes

$$f : \begin{array}{ccc} [-2,2] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \quad \text{et} \quad g : \begin{array}{ccc} [0,4] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2-4x+5 \end{array}.$$

   (C) et (C') sont respectivement les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan $\mathscr{P}$.

(a) Construire la courbe (C). [0,5pt]

(b) Vérifier que pour tout x de $[0,4]$, $g(x) = f(x-2)+1$. [0,25pt]

(c) Comment peut-on déduire la courbe (C') de celle de (C) ? [0,5pt]

(d) Représenter la courbe (C). [0,75pt]

2. On désigne par r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$, et par h l'homothétie de centre O et de rapport 2. Soient I et J les points de cordonnées respectives $(1,0)$ et $(0,1)$.

   (a) Construire les images I' et J' des points I et J par la transformation $s = r \circ h$. [1pt]

   (b) Donner la nature du triangle $OI'J'$. [0,5pt]

   (c) Démontrer que les droites (II') et (JJ') sont perpendiculaires. [0,5pt]

   (d) Montrer que $II' = JJ'$. [0,5pt]

Partie B [**3 points**]

E est le plan vectoriel de base $(\vec{\imath},\ \vec{\jmath})$et f l'application linéaire de E dans E définie par : $f(\vec{\imath}) = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$ et $f(\vec{\jmath}) = \vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$.

1. Ecrire la matrice M de f dans la base $(\vec{\imath},\ \vec{\jmath})$. [0,5pt]
2. Déterminer le noyau de f. [1pt]
3. f est-elle bijective ? Justifier votre réponse. [0,5pt]
4. Donner une base de l'image de f. [0,25pt]
5. Donner l'expression analytique de $f \circ f$. [0,75pt]

Partie C [**3,5 points**]

L'espace (E) est muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k})$. Soient (P) et (P') les plans déquation cartésiennes respectives :

$$2x+3y+6z=0 \quad \text{et} \quad 3x-6y+2z+1=0.$$

1. Démontrer que (P) et (P') sont perpendiculaires. [0,5pt]
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) d'intersection des deux plans (P) et (P'). [1pt]
3. Soit A le point de cordonnées $(-4;1;-2)$.

   (a) Calculer les distances du point A à (P) et à (P'). [1pt]

   (b) En déduire la distance de A à (D). [1pt]