Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat 2014
Série : D-TI
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4h Coefficient : 4

EXERCICE 1 (5 points)

A- On considère le polynôme p défini par $p(z) = z^3 - 3z^2 - 3z + 5 + 20i$, z étant un nombre complexe.

1. Montrer que $1 + 2i$ est une racine de p. [0,5pt]
2. Trouver deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre complexe z, on ait $p(z) = (z - 1 - 2i)(z^2 + az + b)$. [0,75pt]
3. En déduire dans l'ensemble des nombres complexes, les solutions de l'équation $p(z) = 0$. [0,75pt]

B- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(\text{O}, \vec{u}, \vec{v})$; on prendra 1 cm pour unité graphique.

1. Pacer les points A, B et C d'affixes respectives $a = 1 + 2i$, $b = -2 - i$, et $c = 4 - i$ dans le repère $(\text{O}, \vec{u}, \vec{v})$. [0,75pt]
2. Soit D le point d'affixe $2 + 3i$; montrer que A, B et D sont alignés. [0,5pt]
   (a) Calculer $\dfrac{b-a}{c-a}$, mettre le résultat sous la forme algébrique puis sous la forme trigonométrique. [1pt]
   (b) En déduire la nature exacte du triangle ABC. [0,75pt]

EXERCICE 2 (4 points)

Une entreprise achète, utilise et revend des machines après un certain nombre x_i d'années. Après 6 années, l'évolution du prix de vente d'une machine en fonction du nombre d'années d'utilisation, se présente comme suit :

Nombre d'année x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i en miliers de FCFA	150	125	90	75	50	45

1. Représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique. (On prendra 1 cm pour une année en abscisse, et 1cm pour 20000 FCFA en ordonnée). [1,5pt]
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i, y_i) ainsi définie. [0,5pt]
3. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer une équation cartésienne de la droite de regression de y en x de cette série statistique. [1,5pt]
4. En déduire une estimation du prix de vente d'une machine après 7 ans d'utilisation. [0,5pt]

PROBLEME (11 points)

Le problème comporte trois parties A, B et C obligatoires

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie pour tout $x \neq -2$ par $f(x) = \dfrac{e^x}{x+2}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Partie A : 4,5 points

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. [1pt]
2. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. [1pt]
3. Soit g la restriction de f à l'intervalle $I =]-1; +\infty[$; montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera. [1pt]
4. Tracer dans le même repère, la courbe (C) représentative de f, et la courbe (C') représentative de g^{-1}. [1,5pt]

Partie B : 2,5 points

1. Déterminer l'image par f de l'intervalle $[0;1]$. [0,5pt]
2. Calculer $f''(x)$ et vérifier que pour tout x de $[0;1]$, $f''(x) > 0$. [0,5pt]
3. En déduire que pour tout x de $[0;1]$, $\frac{1}{4} \leq f'(x) \leq \frac{2}{3}$. [1pt]
4. Démontrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[0;1]$ (On ne demande pas de calculer α). [0,5pt]

Partie C : 4 points

On considère la suite (u_n) à termes positifs, définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Montrer par récurrence sur n que la suite (u_n) est croissante et que $u_n \in \left[\frac{1}{2};1\right]$; quelle conclusion peut-on en tirer ? [1,25pt]
2. Démontrer que pour tout entier naturel n, on a : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|u_n - \alpha|$. [1,25pt]
3. En déduire que pour tout entier naturel n, $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$. [1pt]
4. Déterminer la limite de la suite (u_n). [0,5pt]