UNIVERSITE DE MAROUA
ECOLE NORMALE SUPERIEURE SUPERIEURE DE MAROUA
Concours d'entrée en première année du cycle 1 : Session d'Août 2009
Série : Mathématiques
Epreuves de Mathématiques   Durée : 3heures

EXERCICE 1 :

1. Montrer l'inégalité $|x+x_1+x_2+\cdots+x_n| \geq |x|-(|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|)$ est vraie.
2. Résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} x^2-y^2-ax+ay=0, \\ xy=a^2 \end{cases}$
3. Montrer que l'inégalité $1+\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+n}<3.$
4. Résoudre les inégalités suivantes :

(1) $$\frac{A_4^{n+4}}{(n+2)!} < \frac{15}{(n-1)!}$$

(2) $$\log_2\left(\sqrt{x^2-4x}+3\right) > \log_{\frac{1}{2}}\frac{2}{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x+1}+1}+1$$

5. Calculer la somme de l'expression suivante :

$$\sin x+\sin 3x+\sin 5x+\cdots+\sin(2n-1)x, \quad x\neq k\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$$

EXERCICE 2 :

1. Soit a, b, c, et d des nombres réels non négatifs. Démontrer que l'inégalité

$$\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd} \quad \text{est vraie .}$$

2. Soit a un nombre réel, déterminer tous les nombres complexes z qui satisfont chacune des égalités :

   (a) $|z|^2+2iz+2a(1+i)=0$;   (b) $z|z|-az-i=0$.

EXERCICE 3 :

1. Calculer l'intégrale suivante : $J=\displaystyle\int \frac{2x^3-13x^2+29x-20}{x^2-6x+11}dx$.
2. Soit $a>0$ et $b>0$. Calculer la valeur de l'expression $A=\dfrac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$ pour $x=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)$.

EXERCICE 4 :

Dans un triangle ABC, la mesure de l'angle au sommet A est le double de celle de l'angle au sommet C, le côté BC est plus long que le côté AB de $2cm$, et $AC=5cm$. Déterminer les longueurs des côtés AB et BC.