Republique du Cameroun
Paix-Travail-Patrie
Ministère de l'Enseignement Supérieur
Université de Douala
Faculté de Génie Industrielle

Republic of Cameroon
Peace-Work-fatherland
Ministry Of Higher Education
University Of Douala
Faculty Of Industrial Engineering

Année Académique 2009-2010
Academic Year 2009-2010

CONCOURS D'ENTREE EN 1^ERE ANNEE, SESSION DE SEPTEMPBRE 2009
FIRST YEAR ENTRANCE EXAMINATION, SEPTEMBER SESSION 2009

EPREUVE DE (PAPER OF) : MATHEMATIQUES (METHEMATICS) BAC : F et BT
Durée (Time) : 4 heures (hours)

Exercice 1

A- Ecrire les cinq premiers termes des suites suivantes :

1. $\left\{(-1)^{n+1}\dfrac{1}{3n-1}\right\}$;
2. $\left\{\dfrac{1}{2}[(-1)^n+1]\right\}$.

B- Calculer les limites suivantes :

1. $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$;
2. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x+\sin 2x}{x-\sin 2x}$;
3. $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\frac{\ln x}{x}$.

C- Calculer les intégrales suivantes :

1. $\displaystyle\int(2x^2-5x+3)dx$;
2. $\displaystyle\int 3x\sqrt{1-2x^2}dx$;
3. $\displaystyle\int_1^e \ln x dx$.

Exercice 2 Soit (V_n) la suite définie par $V_0=-2$ et $\forall n\geq 1$, $V_n=\dfrac{2+V_{n-1}}{1+2V_{n-1}}$ où n est un entier naturel.

1. On pose $U_n=\dfrac{V_n-1}{V_n+1}$. Montrer que la suite (U_n) est définie.
2. Montrer que la suite (U_n) est géométrique.
3. Exprimer U_n en fonction de n et en déduire que la suite (U_n) converge.
4. Exprimer V_n en fonction de n et en déduire que la suite (V_n) converge.

Exercice 3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$) d'unité graphique 1cm. On désigne oar i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2+4z+16=0$.
2. Pour tout nombre z, on pose $P(z)=z^3-64$.
   (a) Calculer $P(4)$.
   (b) Trouver les réels a,b et c tels que pour tout nombre complexe z, $P(z)=(z-4)(az^2+bz+c)$.
   (c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$.
3. On considère les points A,B et C d'affixes respectives $z_A=-2+2i\sqrt{3}$, $z_B=\overline{z}_A$ et $z_C=4$.
   (a) Etablir que $z_A=e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

(b) Ecrire $z_B = re^{i\theta}$ où r est un nombre r"el strictement positif et θ un nombre réel compris entre $-\pi$ et π.

(c) Placer les points A, B et C dans le plan muni du repère $(\text{O}, \ \vec{u}, \ \vec{v})$.

(d) Déterminer la nature du triangle ABC.

Exercice 4 Soit la fonction f, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ d'expression $f(x) = e^x - \frac{5}{2} + \frac{1}{e^x}$. On note f' sa fonction dérivée, C_f sa courbe représentative dans un repère $(\text{O}, \ \vec{\imath}, \ \vec{\jmath})$.

1. Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. (a) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ peut se mettre sous la forme $f(x) = \dfrac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{e^x}$.

   (b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

   (c) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2X^2 - 5X + 2 = 0$ d'inconnue X.

   (b) Montrer que $f(x) = 0$ équivaut à $2(e^x)^2 - 5e^x + 2 = 0$.

   (c) En utilisant la question (a), résoudre l'équation $f(x) = 0$.

   (d) Quelles sont les abscisses des points d'intersection de la courbes C_f avec l'axe des abscisses ?

   (e) En utilisant les résultats des questions 2.(c) et 3.(d), déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer une équation de la droite T tangente à C_f au point d'abscisse $\ln 2$.
5. Tracer dans le repère $(\text{O}, \ \vec{\imath}, \ \vec{\jmath})$ la courbe C_f et la droite T.
   Unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées
6. Soit la fonction F, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, d'expression $F(x) = e^x - \frac{5}{2}x - \frac{1}{e^x}$.

   (a) Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

   (b) En déduire la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_{\ln 2}^{2} f(x)dx$.