Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat 2010
Série : *D*
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4h **Coefficient : 4**

L'épreuve comporte sur deux pages, deux exercices et un problème, tous obligatoires.

Exercice 1 (4,5points)**.** Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), (unité sur les axes 1cm). On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complèxes, l'équation (e) : $z^2+(-7+i)z+12-16i=0$.

1. (a) Calculer $(5+5i)^2$. [0,5pt]

   (b) Résoudre l'équation (e) dans $\mathbb{C}$. [1pt]
2. Soient les points A et B d'affixes espectives $1-3i$ et $6+2i$. Calculer $\dfrac{z_O-z_B}{z_O-z_A}$; où z_O, z_A et z_B désignent les affixes respectives des points O, A et B ; en déduire la nature du triangle OAB. [0.75pt]
3. Que représente le point I d'affixe $\frac{7}{2}-\frac{1}{2}i$ pour le segment $[AB]$? [0.5pt]
4. Soit (Γ) l'ensemble des points M d'affixes z tels que $\left|z-\frac{7}{2}+\frac{1}{2}i\right|=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

   (a) Dire si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse. [0 ?75pt]

   i. $O\in(\Gamma)$; ii. $A\in(\Gamma)$; iii. $B\in(\Gamma)$.

   (b) Donner une équation cartésienne de (Γ) et construire (Γ). [1pt]

Exercice 2 (4,5points)**.** En 1990, un pays avait une population de 50 millions d'habitants. Par accroissement naturel, sa population augmente de 1,5% par an. Par ailleurs, aon constate une augmentation annuelle supplémentaire de $0,45$ million d'habitants dès l'année 1991. L'unité étant le million d'habitants ; on note $U_0=50$ l'effectif de la population en 1990 et U_n le nombre d'habitants en $1990+n$.

1. (a) Calculer U_1 et U_2. [0.5pt]

   (b) Montrer que $U_{n+1}=1,01U_n+0,45$. [0.75pt]
2. On se propose de prévoir directement l'effectif de la population en 2010 si le modèle d'évolution se poursuit de la même façon ; pour cela on considère la suite (V_n) définie par $V_n=30+U_n$.

   (a) Calculer V_1 et V_2. [0.5pt]

   (b) Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. [0.75pt]

   (c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. En déduire alors l'effectif de la population de ce pays en l'an 2010. (On prendra le résultat arrondi en million d'habitants). [1.5pt]

   (d) Déterminer par calcul à partir de quelle année l'effectif de la population de ce pays dépassera 100 millions d'habitants si l'évolution se poursuit de la même manière. [0.5pt]

Problème(11 points).
Partie A :(8points).

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x)=\begin{cases}1+xe^{\frac{x}{2}} & \text{si } x\le 0\\ x\ln x-x+1 & \text{si } x>0\end{cases}$. Soit (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) un repère orthonormé du plan et (C_f) la courbe représentative de f dans ce repère.

1. Déterminer le domaine de définition de f. [0.5pt]
2. (a) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0. [1pt]

   (b) Ecrire les équations des demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0. [0.5pt]

3. (a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. [0.5pt]
   (b) Etudier les branches infinies de la courbe (C_f). [1pt]
4. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. [1.5pt]
5. Tracer les demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 0 et tracer (C_f). [1.5pt]
6. Déterminer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) et les droites d'équations respectives $y = 1$, $x = -1$ et $x = 0$ (on pourra utiliser une intégration par partie). [1pt]
7. Montrer que la restriction g de f à l'intervalle $]-\infty;0[$ est une bijection de l'intervalle $]-\infty;0[$ dans une intervalle que l'on précisera. [0.5pt]

Partie B :(3points).
On se propose de résoudre l'équation différentielle (1) : $y' - 2y = xe^{\frac{x}{2}}$.

1. Résoudre l'équation différentielle (2) : $y' - 2y = 0$ où y désigne une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. Soient a et b deux réels, u la fonction définie par $u(x) = (ax + b)e^{\frac{x}{2}}$. Déterminer a et b pour que u soit une solution de (1). [0.75pt]
3. (a) Montrer que v est solution de (1) si et seulement si $v - u$ est solution de (2). [0.75pt]
   (b) En déduire les solutions de (1). [0.5pt]
   (c) Déterminer la solution de (1) qui s'annule en 0. [0.5pt]