Épreuve de Mathématiques

EXERCICE 1 **6 points**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$. [$0,75\text{pt}\times 4 = 3\text{pts}$]

(E_1) **:** $x^2 - |x+1| - 1 = 0$,

(E_2) **:** $x^2 - mx + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$,

(I_1) **:** $x^2 - x - 6 < 0$,

(E_3) **:** $\dfrac{1}{\sqrt{x-\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{x}$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ par la méthode du pivot de Gauss. [$1,5\text{pt}\times 2 = 3\text{pts}$]

(S_1) **:** $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y + z = 2 \\ -x + y + z = 4 \end{cases}$; (S_2) **:** $\begin{cases} x - 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ 5x + y - z = 4 \end{cases}$

EXERCICE 2 **7 points**

1. f et g sont deux fonctions de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, définies par :

$$f(x) = \frac{x+1}{2-x}, \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{2x-1}{x+1}.$$

a. Déterminer D_f, D_g, $g \circ f$ et $D_{g\circ f}$. [1pt]

b. Déterminer $f \circ g$. Que remarque-t-on ? [1pt]

2. On considère la fonction h définie par : $h(x) = x^2 - 8x + 7$.

a. Ecrire $h(x)$ sous la forme canonique. [0,5pt]

b. Démontrer que la fonction h présente un minimum m sur $\mathbb{R}$. [1pt]

c. Démontrer que pour tout $x \in [4;5]$, $-\frac{1}{8} \leq \frac{1}{h(x)} \leq -\frac{1}{9}$. [1pt]

d. Construire sur $[0;10[$, la courbe de la fonction : $x \mapsto x^2$. [0,5pt]

e. En déduire la courbe de h à partir de celle d'équation $y = x^2$, après avoir donné le programme de construction de (C_h). [1pt]

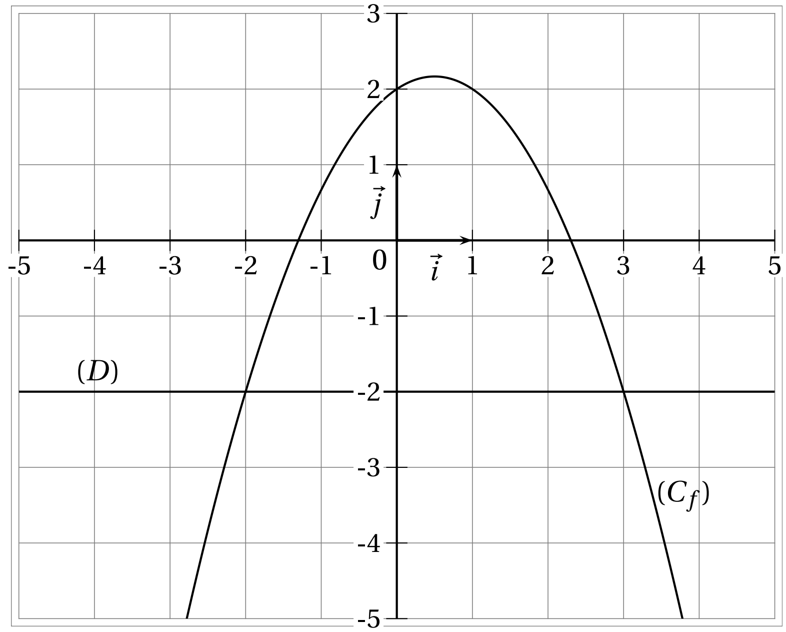
f. Donner la nature et les éléments caractéristiques de (C_h). [1pt]

EXERCICE 3 **2 points**

On vous donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f et de la droite (D) d'équation $y = -2$.

1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -2$. [1pt]

2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > -2$. [1pt]



EXERCICE 4 **5 points**

Soit le vecteur $\overrightarrow{V} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$, un vecteur du plan.

1. Réduire l'expression $\overrightarrow{V}$. [1pt]

2. Soit I le barycentre des points $(A, 2)$ et $(B, 1)$, et G le barycentre des points $(A, 4)$ et $(B, 2)$.

a. Exprimer $\overrightarrow{V}$ en fonction des points I et C. [1pt]

b. Exprimer $4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$ en fonction des points M et G. [1pt]

3. Déterminer et construire le lieu des points M du plan tels que :

a. $\|4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\|$ [1pt]

b. $(4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}).(2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}) = 0.$ [1pt]