

Épreuve de Mathématiques

EXERCICE 1

Les parties A, B, C, D, et E sont indépendantes.

A/ A et B sont deux points distincts du plan. Déterminer et construire le lieu des points M du plan tels que $\widehat{(MA, MB)} = \pi$.

B/ PQR est un triangle tel que les angles $(\overrightarrow{QQ}, \overrightarrow{QP})$ et $(\overrightarrow{PR}, \overrightarrow{QO})$ ont respectivement pour mesures $-\frac{9\pi}{5}$ et $\frac{22\pi}{5}$.

- Déterminer les mesures principales des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR})$, $(\overrightarrow{RP}, \overrightarrow{RQ})$, $(\overrightarrow{QR}, \overrightarrow{QP})$.
- En déduire que le triangle PQR est isocèle.

C/ 1. En remarquant que $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$, démontrer que : $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$
 2. En remarquant que $\frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$, calculer $\cos \frac{3\pi}{8}$ et $\sin \frac{3\pi}{8}$. Justifier ensuite graphiquement le signe de $\cos \frac{3\pi}{8}$ et de $\sin \frac{3\pi}{8}$.

D/ 1. Ecrire $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$.
 2. Montrer que $\tan 3x = \tan x \frac{3-\tan^2 x}{1-3\tan^2 x}$.

E/ 1. Résoudre dans $] -\pi, \pi]$ l'équation : $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$.
 2. Représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique.

EXERCICE 2

Soit f une fonction dont le tableau de variations est le suivant :

x	-4	0	1	3	6
f(x)	0	-2	-5	1	-1

- Déterminer D_f .
- g est une autre fonction définie par : $g(x) = f(1 - 3x)$.
 - Dresser le tableau de variation de g et en déduire D_g .
 - Déterminer le maximum et le minimum de f .

c. Déterminer les extremums relatifs de f sur $[0;3]$.

d. Montrer que f est bornée sur $[-4;6]$.

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

1. Déterminer D_f .

2. Montrer que $\forall x \in D_f, f(x) = \frac{1}{x-2} + 2$.

3. On pose $t(x) = \frac{1}{x}$. Déterminer $t(x-1)$.

4. Exprimer $f(x)$ en fonction de $t(x-1)$.

5. Ecrire le programme de construction de (C_f) .

6. Construire (C_t) et (C_f) dans le plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , d'unité 1cm. (C_t) est la courbe de t et (C_f) est la courbe de f .

7. Donner la nature et les éléments caractéristiques de (C_f) .