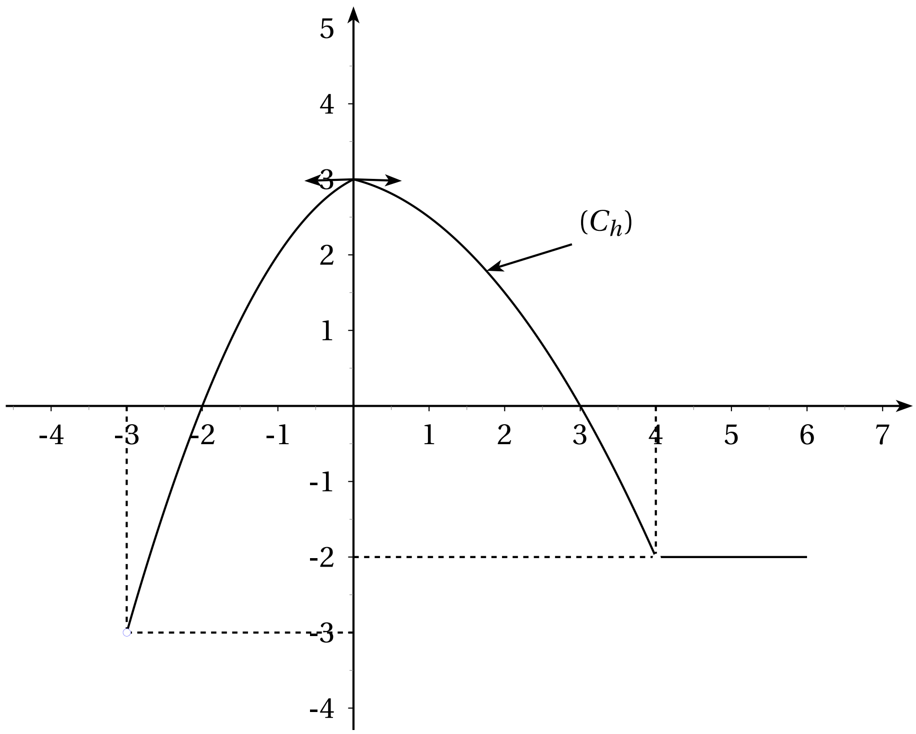
Épreuve de Mathématiques

EXERCICE 1 **6 points**

On vous donne la figure ci-contre qui est la courbe d'une fonction h.



1. Donner l'ensemble de définition D_h de h sachant que $A \notin (C_h)$.
2. Etudier le signe de la fonction h.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction h.
4. La fonction h est-elle dérivable en 0 ? en 4 ?
5. h est-elle continue en 0 ? en 4 ?
6. Résoudre graphiquement (E) : $h(x) = 0$, (I) : $0 < h(x) < 3$.

EXERCICE 2 **5 points**

L'unité est le mètre. Soit $ABCD$ un rectangle de périmètre 10. On désigne par x la longueur du côté $[AB]$.

1. Exprimer l'aire $A(x)$ du rectangle en fonction de x.
2. On donne $f(x) = \dfrac{15x - 3x^2}{3}$. Calculer la fonction dérivée $f'(x)$ de f.
3. Préciser les contraintes sur x pour que $ABCD$ soit un rectangle de longueur x. En déduire l'ensemble des valeurs de x.
4. Dresser le tableau de variation de f.

5. Quelle est la nature exacte du quadrilatère $ABCD$ pour cette valeur de x.

6. Construire la courbe de f notée (C_f).

PROBLEME **9 points**

Le problème comporte deux parties indépendantes **A** *et* **B**.

Partie A (4 points).

1. **a.** Démontrer que pour tout réel x, $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$.
   b. En déduire $\cos^2 x$.
2. **a.** Déterminer la mesure principale de $\frac{11\pi}{6}$.
   b. Déterminer les valeurs exactes du cosinus et du sinus de $\frac{11\pi}{6}$.
   c. En déduire $\cos^2 \frac{11\pi}{12}$, puis $\sin^2 \frac{11\pi}{12}$
   d. En déduire en justifiant les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et de $\sin \frac{11\pi}{12}$.

Partie B (5 points).

1. **a.** Résoudre dans $[0;2\pi[$ l'équation (E) : $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$.
   b. Représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique.
2. **a.** Vérifie que $6+4\sqrt{2} = (2+\sqrt{2})^2$.
   b. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation

$$(E') : \ 2\sqrt{2}\cos^2 x + (2-\sqrt{2})\cos x - 1 = 0.$$

   On pourra poser $X = \cos x$ *avec* $-1 \leq X \leq 1$.

   c. En déduire dans $]-\pi;\pi]$ les solutions de l'inéquation

$$(I') : \ 2\sqrt{2}\cos^2 x + (2-\sqrt{2})\cos x - 1 > 0.$$

   d. Représenter les images des solutions de (E') et (I') sur le cercle trigonométrique.