

UNIVERSITE DE YAOUNDE I

Ecole Normale Supérieure de Yaoundé

Concours d'entrée en première année du premier cycle

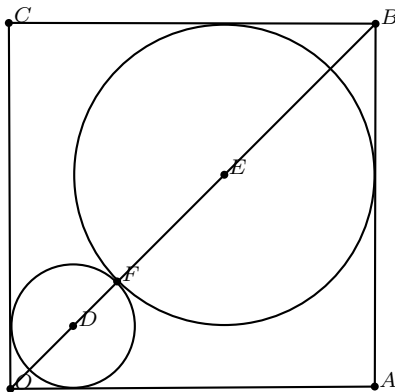
Série : Mathématiques Epreuve : Géométrie Durée : 3h Session : 2012

Exercice 1/ 7 points

Soit O, A, B et C quatre points du plan complexe P tels que ABC est de sens direct et isocèle en C , OAC est équilatéral de sens direct et C est le milieu de $[O, B]$.

1. Faire une figure et placer les points O, A, B et C . [1pt]
2. Montrer qu'il existe exactement deux isométries qui transforment O en B et A en C . [1pt]
3. Soit r le déplacement transformant O en B et A en C . [1pt]
 - (a) Montrer que r est une rotation dont on donnera l'angle. [0,5pt+0,5pt]
 - (b) Construire sur la figure ci-dessus le centre Ω de r . Justifier. [1pt]
4. Soit $S_{(AC)}$ la réflexion d'axe (AC) et S l'antidépacement appliquant O en B et A en C .
 - (a) Montrer que S est une symétrie d'axe (AC) . [1pt]
 - (b) En déduire que $S = t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{(AC)}$ où $t_{\overrightarrow{AC}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. [1pt]
5. Soit $(O, \vec{u}, \vec{v})$ un repère orthonormé direct de P tel que A ait pour affixe $z = 2$. Déterminer l'affixe du point Ω . [1pt]

Exercice 2/ 7 points



Données.

$OABC$ est un carré d'arête 1.

$(C1)$ est tangent à (OC) et à (OA) .

$(C2)$ est tangent à (AB) et à (BC) .

$(C1)$ et $(C2)$ sont tangents en F .

$(C1)$ a pour centre D et pour rayon x .

$(C2)$ a pour centre E et pour rayon y .

$x < y$ et la somme des aires de $(C1)$ et $(C2)$ est maximale.

1. On voudrait déterminer OD et OE .
 - (a) Montrer que $OD = x\sqrt{2}$, $BE = y\sqrt{2}$ et $x + y = 2 - \sqrt{2}$. [0,5pt+0,5pt+1pt]
 - (b) Déterminer la somme des aires de $(C1)$ et $(C2)$; puis OD et OE . [0,5pt+1pt]
2. Soit $\mathcal{P}$ la parabole de foyer F et de directrice (BC) .
 - (a) Montrer que $E \in \mathcal{P}$ et déterminer la paramètre de $\mathcal{P}$. [0,5pt+1pt]
 - (b) Reproduire la figure précédente pour $OA = 2cm$. [1pt]
 - (c) Construire sur la figure précédente la parabole $\mathcal{P}$, son sommet et son axe. [1pt]

Exercice 3/ 6 points

1. Le plan (P) étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère l'application F qui à tout point $M(x, y)$ de (P) associe le point $M'(x', y')$ tel que $x' = x - y + 2$ et $y' = 2y - 1$.
 - (a) L'application F est-elle une isométrie? Justifier. [1pt]
 - (b) L'application F admet-elle de point invariant? Justifier. [1pt]
 - (c) Déterminer les droites globalement invariantes par F . [1pt]

2. Etant donné un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace $(\mathcal{E})$, on considère le plan $(Q) : x = y + z + 1$ et la droite (d) de repère $(O, \vec{i} - \vec{j} - \vec{k})$.
- (a) Montrer que (Q) et (d) sont orthogonaux en un point I à déterminer. [1pt]
 - (b) Déterminer l'expression analytique de la réflexion S par rapport à (Q) . [1pt]
 - (c) Déterminer sans calcul la nature de $S \circ s$ où s est le demi-tour d'axe (d) . [1pt]