Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun
www.easy-maths.org

Examen : Baccalauréat 2016
Série : D-TI
Epreuve : MATHEMATIQUES
Durée : 4h Coefficient : 5(C)/ 4(E)

L'épreuve comporte deux exercices et un problème, le tout sur deux pages.

Exercice 1 **4,5 points**

Le tableau ci-dessous présente la taille x (en centimètres) et la pointure y de chaussures (en centimètres) de dix élèves choisis au hasard dans une classe de terminale D.

x	150	159	158	160	165	168	170	172	175	171
y	40	41	43	43	42	44	44	44,5	44,5	44

1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique. [1pt]
2. a. En prenant la covariance de la série (x, y) égale à 9,6 ; pour écart-types marginaux σ_x et σ_y respectivement égaux à 7,4 et 1,4 ; calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (x, y). [0,5pt]

   b. Utiliser la méthode des moindres carrés pour donner une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de y en x. [0,5pt]

   c. En déduire au centimètre près la pointure d'un élève de cette classe dont la taille est 163 cm dans le cas où le comportement général est proche de celui de l'échantillon choisi. [0,5pt]
3. a. On chosit au hasard et simultanément six élèves parmi les dix élèves sélectionnés. Calculer la probabilité d'avoir exactement trois élèves dont la pointure est d'au moins 44 cm. [1pt]

   b. Calculer la probabilité de l'événement : « la taille est supérieure ou égale à 160 cm sachant que la pointure est inférieure ou égale 44 cm », lorsqu'on choisit au hasard un élève parmi les dix. [1pt]

Exercice 2 **4,5 points**

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $4z^2 - 12z + 153 = 0$. [1pt]
2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 1cm, on considère les points A, B, C et P d'affixes respectives $z_A = \frac{3}{2} + 6i$; $z_B = \frac{3}{2} - 6i$; $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ et $z_P = 3 + 2i$ et le vecteur $\vec{w}$ d'affixe $z_{\vec{w}} = -1 + \frac{5}{2}i$.

   a. Déterminer l'affixe z_Q du point Q, image du point B par la translation t de vecteur $\vec{w}$. [0,5pt]

   b. Déterminer l'affixe z_R du point R, image du point P par l'homothétie h de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$. [0,5pt]

   c. Déterminer l'affixe z_S du point S image du point P par la rotation r de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. [0,5pt]
3. a. Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un parallélogramme. [0,5pt]

   b. Calculer $\dfrac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$ et en déduire la nature du parallélogramme $PQRS$. [1pt]

   c. Justifier que les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle dont on précicera l'affixe de son centre et son rayon. [0,5pt]

Problème **11 points**

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = (x - 2)e^x + x$; $(\mathcal{C}_f)$ désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. **a.** Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = 0$. [0,75pt]

   b. Justifier que f est une solution de l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = x - 2$. [0,75pt]

2. Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = (x-1)e^x + 1$.

   a. Etudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$. [1pt]

   b. En déduire que g est positive sur $\mathbb{R}$. [0,5pt]

3. **a.** Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. [0,5pt]

   b. Montrer que la droite (Δ) : $y = x$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$.
   Etudier la branche infinie à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$.
   Etudier en fonction de x la position de $(\mathcal{C}_f)$ et de (Δ). [1,25pt]

4. **a.** Soit f' la dérivée de f ; vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = g(x)$; en déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$. [1pt]

   b. Justifier que la fonction f établit une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle à préciser. [0,75pt]

   c. Dresser les tableaux de variation de f et de f^{-1} bijection réciproque de f. [1pt]

5. **a.** Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0. [0,5pt]

   b. Construire $(\mathcal{C}_f)$ et $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ dans une même repère orthonormé (unités graphiques 1cm). [2pts]

6. **D** est le domaine du plan limité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations respectives $x = 0$; $x = 2$. En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine **D**. [1pt]