ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 **(4 points)**	**Exercice** 2 **(5 points)**	**Problème (11 points)**
• Fonctions affines	• Angles inscrits • Vecteurs du plan	• Etudes de fonctions • Relations métriques • Produit scalaire et forme analytique

<u>**NB**</u> **:** ***La clarté de la copie et la précision dans la redaction seront prises en compte.***

Exercice 1 (4 points)

Soit la fonction définie par : $g(x) = |x-3| - |2x+1| + 2x + 1$.

1. Démontrer que g est une fonction affine par intervalles. **2pts**
2. Construire la courbe $(\mathscr{C}_g)$ de g. **1pt**
3. Déduire le maximum et le minimum de g sur l'intervalle $[-2, 6]$. **1pt**

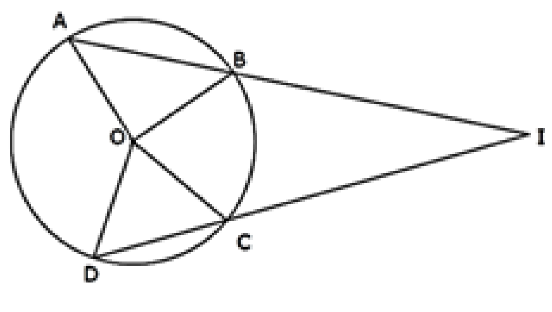
Exercice 2 (5 points)

I) Soit ABC est un triangle quelconque. M et N sont les points tels que : $\overrightarrow{AM} = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Faire la figure. **1pt**
2. Démontrer que (MN) et (BC) sont parallèles. **1pt**
3. Soient S et T les milieux respectifs de $[BC]$ et $[MN]$.
   Démontrer que les points A, S et T sont alignés. **1pt**

II) On considère la figure ci-contre :

On pose $Mes(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) = 2\alpha$ et $Mes(\widehat{\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}}) = 2\beta$.



1. Déterminer $Mes(\widehat{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}})$ et $Mes(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}})$. **1pt**
2. En déduire $Mes(\widehat{\overrightarrow{ID}, \overrightarrow{IA}})$ en fonction de α et β. **1pt**

Problème (11pts)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

PARTIE A [5 points]

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

1. Soient u et v deux réels.
   Montrer que $f(u) - f(v) = (u - v)(u + v + 2)$. **1pt**
2. En déduire que f est décroissante sur $]-\infty; -1]$ et croissante sur $]-1; +\infty[$. **1pt**
3. Dresser le tableau de variations de f sur $[-4; 2]$. **1pt**
4. (a) Recopier et compléter le tableau suivant : **1pt**

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$							

   (b) Construire la courbe représentative de f sur $[-4; 2]$. **1pt**

PARTIE B [2.5 points]

1. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$; $\|\vec{v}\| = 2$ et $Mes(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\pi}{4}$.
   Calculer :
   (a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$. **0.5pt**
   (b) $(\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (3\vec{u} + \vec{v})$. **0.5pt**
2. On donne les points $A\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   (a) Démontrer que ABC est un triangle isocèle. **0.75pt**
   (b) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ puis déduire que $\cos \widehat{BAC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$. **0.75pt**

PARTIE C [3.5 points]

Soit EFG un triangle tel que $EF = 3$cm ; $EG = 6$cm ; et $Mes\widehat{E} = 120°$.
Soient les points I, J et K les milieux respectifs de $[EF]$, $[EG]$ et $[FG]$.

1. Faire la figure. **0.5pt**
2. Calculer FG. *(On pourra utiliser le théorème d'Al Kashi)* **0.5pt**
3. En utilisant le théorème des sinus, déterminer les mesures des angles $\widehat{F}$ et $\widehat{G}$. **1pt**
4. Calculer GI, FJ et EK. (*On pourra utiliser le théorème de la médiane*) **1.5pt**