Ministère des Enseignements Secondaires
Lycée de Maroua Kongola
B.P. 329 Maroua
Département de **Mathématiques**

Année Scolaire 2009/2010
Classe : 1ère C
Coef : 6 ; Durée : 3 h
Prof : M. Loumsia A.

SÉQUENCE N°4 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / MARS 2010

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème répartis sur 2 pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 [4.25 points]

I- Un objet qui chute parcourt approximativement 4,9 mètres durant la première seconde, pendant la deuxième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la première seconde, pendant la troisième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la deuxième seconde, etc. : à chaque seconde, la distance parcourue est supérieure de 9,8 mètres à celle parcourue pendant la seconde précédente. On note d_1 la distance parcourue pendant la première seconde, d_2 celle parcourue pendant la deuxième seconde, etc.

1. Calculer d_1, d_2, d_3. 3×0,25pt=0,75pt
2. Quelle est la nature de la suite $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ 0,25 pt
3. Quelle distance parcourt l'objet pendant la huitième seconde ? 0,5pt
4. Quelle est la distance totale parcourue pendant ces huit secondes ? 0,75pt

II- On se propose de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $5\sin x - 2\cos^2 x = 1$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2X^2 + 5X - 3 = 0$ 0,5 pt
2. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E). 1pt
3. Placer les points images des solutions de l'équation (E) sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

Exercice 2 [2,25 points]

f est l'endomorphisme du plan vectoriel $\mathcal{E}_2$ défini par : $f(\overrightarrow{i}) = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$; $f(\overrightarrow{j}) = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$.

1. Écrire la matrice A de f dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ 0.5pt
2. Déterminer l'expression analytique de f. 0,5pt
3. a. Déterminer le noyau $\ker f$ de f. f définit-il un automorphisme ? 0,5pt+0,25pt=0.75pt
   b. En déduire la dimension de l'image $\mathrm{im} f$ de f. 0,5pt

Exercice 3 [2.5 points]

L'espace est muni du repère $\left(\mathrm{O};\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath},\ \overrightarrow{k}\right)$.

1. Représenter les points A, B et C de coordonnées respectives (2 ; 1 ; 3), (-1 ; 2 ; 3) et (0 ; 1 ; -3). 1pt
2. a. Construire les points I, J et K, milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$. 0.75pt
   b. Déterminer les coordonnées de I, J et K. 0.75pt

Problème [11points]

Partie A :

Soit f la fonction numérique définie par $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+1} \text{ si } x \geqslant 0 \\ f(x) = x^2 - 1 \text{ si } x < 0 \end{cases}$

1. Donner l'ensemble de définition de f. 0,5pt
2. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. 1pt
3. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1,5pt
4. Tracer la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de f dans un repère orthonormé après avoir déterminé les points de rencontre de $(\mathscr{C})$ avec les axes du repère. 1,5pt

Partie B :

$ABCD$ est un parallélogramme. H est le milieu du segment $[AD]$. E et F partagent le segment $[AB]$ en trois segments de même longueur tels que les points A, E, F et B soient alignés dans cet ordre.

G est un point tel que le quadrilatère $AFGH$ soit un parallélogramme.

1. Faire une figure claire et soignée. 0,5pt
2. Soit M=bar $\begin{array}{|c|c|c|}\hline A & B & D \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline\end{array}$. Montrer que les droites (BH) et (FD) se coupent en M.
   0,75 pt
3. On considère le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$.
   a. Donner les coordonnées des points D, F, B, C et E dans ce repère. 5× 0,25pt=1,25pt
   b. Écrire une équation cartésienne de chacune des droites (DF), (BH) et (CE).
   0,75pt
   c. Calculer les coordonnées de M et vérifier que les droites (DF), (BH) et (CE) sont concourantes en M. 0,75pt
4. Écrire D comme barycentre des points A, B et C, puis montrer que les points M, C et E sont alignés. 0,5pt+0,5pt=1pt
5. On suppose $AB = 6$ cm et que le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$ est orthonormé.
   a. Déterminer l'ensemble $(\mathscr{E})$ des points du plan tels que : $NA^2 - NE^2 = 4$. 1pt
   b. Déterminer une équation cartésienne du cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle ABD. 0,5pt

« Le raisonnement mathématique n'est jamais purement contemplatif. Il est actif et constructif et c'est l'activité constructive de l'esprit qui fait apparaître un résultat nouveau. »
EDMOND GOBLOT, Traité de logique