

SÉQUENCE N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / OCTOBRE 2009

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

**Exercice 1** [4.5points]

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  : 1pt × 2

a.  $\sqrt{2x-3} = x-3$ ;

b.  $\sqrt{4x+1} \leq x-1$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivants : 0.5pt × 2

a.  $\begin{cases} x+y=17 \\ xy=60 \end{cases}$  ;

b.  $\begin{cases} x^2+y^2=169 \\ x+y=17 \end{cases}$

3. Résoudre et discuter suivant les valeurs du nombre réel  $m$  : 0.75pt × 2

a.  $mx^2 - 4 - 5m = -m - 4x$ ;

b.  $\begin{cases} mx\sqrt{2} - 3y\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -x\sqrt{3} + 2my\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$

**Exercice 2** [4.5points]

On donne :  $H(x) = -3x^2 + (2 - 3\sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$ .

1. Montrer que H admet deux racines distinctes réelles. 0.5pt

2. Sans toute fois calculer les racines de H, déterminer en justifiant la somme et le produit de ces racines. 1pt

3. Montrer que  $-\sqrt{3}$  est une racine de H. 0.5pt

4. Dédurre des questions précédentes, l'autre racine de H. 0.5pt

5. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation  $H(x) > 0$ . 2pts

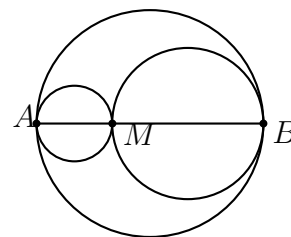
**Problème** [11points]

**Partie A :**

1. Dans la figure ci-contre, on a :  $AB = 1$ . On pose  $AM = x$  et on désigne par  $\mathcal{A}(x)$  l'aire coloriée.

a. Déterminer  $x$  pour que l'aire coloriée soit égale à la moitié de l'aire du cercle de diamètre  $[AB]$ . 1pt

b. Discuter suivant les valeurs du nombre réel  $k$ , le nombre de solutions de l'équation :  $\mathcal{A}(x) = k$ . 1pt



2. Le périmètre d'un rectangle est de  $34cm$  et ses diagonales mesurent  $13cm$ .  
 Calculer les dimensions de ce rectangle. 1.5pt

**Partie B :**

1. a. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $x^2 + 4x - 480 = 0$  1pt
- b. Un groupe de jeunes du quartier Hardé organise une excursion pendant les vacances. Pour cela, ils louent un car à 120 000F. Au départ du car, 4 nouveaux jeunes s'ajoutent et chacun des participants doit payer 1000F de moins. Détermine le nombre de jeunes qui participent à l'excursion et la somme à payer par chacun 1.5pt
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant : 
$$\begin{cases} 15x + 25y + 20z = 6075 \\ y - z = 15 \\ x + y + z = 300 \end{cases} .$$
 2pts
3. Un libraire affiche les prix par feuille suivants : Mathématiques : 25 francs ; Physique : 20 francs et Anglais : 15 francs. Un élève de la première D dépense au total 6075 francs pour acheter trois livres à savoir : un livre de mathématiques, un livre de physique et un livre d'anglais. Sachant que le livre de mathématiques a 15 feuilles de plus que le livre de physique et que la somme totale des feuilles constituant ces 3 livres est de 300 feuilles, déterminer le nombre de feuilles de chaque livre. 2pts
4. Un lapissier achète une pièce d'étoffe pour 3000F. S'il avait payé le mètre d'étoffe 50 F de moins que son prix réel, il aurait eu pour le même prix deux mètres de plus. Déterminer la longueur de la pièce d'étoffe. 1pt