SÉQUENCE N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / OCTOBRE 2010

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (*35 min*) [**4.5points**]

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: 1pt $\times 2$

a. $\sqrt{2x-3} = x-3$; b. $\sqrt{4x+1} \leqslant x-1$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants: 0.75pt $\times 2$

a. $\begin{cases} x+y=17 \\ xy=60 \end{cases}$; b. $\begin{cases} x^2+y^2=169 \\ x+y=17 \end{cases}$

3. Discuter suivant les valeurs du nombre réel m, l'existence et le nombre de solution de l'équation: $(m-1)x^2-4-5m=-m-4x$ 1pt

Exercice 2 (*20 min*) [**4.5points**]

On donne: $H(x) = -3x^2 + (2-3\sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$.

1. Montrer que H admet deux racines distinctes réelles. 0.5pt

2. Sans toute fois calculer les racines de H, déterminer en justifiant la somme et le produit de ces racines. 1pt

3. Montrer que $-\sqrt{3}$ est une racine de H. 0.5pt

4. Déduire des questions précédentes, l'autre racine de H. 0.5pt

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $H(x) > 0$. 2pts

Problème (*60 min*) [**11points**]

Partie A :

I-

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2+4x-480=0$ 1pt

2. Un groupe de jeunes du quartier Hardé organise une excursion pendant les vacances. Pour cela, ils louent un car à 120 000F. Au départ du car, 4 nouveaux jeunes s'ajoutent et chacun des participants doit payer 1000F de moins. Détermine le nombre de jeunes qui participent à l'excursion et la somme à payer par chacun 2pts

II-

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant: $\begin{cases} 15x+25y+20z &= 6075 \\ y-z &= 15 \\ x+y+z &= 300 \end{cases}$. 2pts

2. Un libraire affiche les prix par feuille suivants: Mathématiques: 25 francs; Physique: 20 francs et Anglais:15 francs. Un élève de la première D dépense au total 6075 francs pour acheter trois livres à savoir: un livre de mathématiques, un livre de physique et un livre d'anglais. Sachant que le livre de mathématiques a 15 feuilles de plus que le livre de physique et que la somme totale des feuilles constituant ces 3 livres est de 300 feuilles, déterminer le nombre de feuilles de chaque livre. 2pts

Partie B :

ABC est un triangle. I et J sont deux points définis par: $\overrightarrow{IB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IC}$; $\overrightarrow{JA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{JC}$

1. Faire une figure. 0.5pt

2. Justifier que: $I = \text{bar}\{(B, 2);\ (C, 1)\}$ et que $J = \text{bar}\{(A, 3); (C, 2)\}$. 0.5 pt×2

3. Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 3)$, $(B, 4)$ et $(C, 2)$.

a. Écrire le point G comme barycentre des points A et I d'une part et comme barycentre des points B et J d'autre part. 1pt ×2

b. En déduire que les droites (AI) et (BJ) sont sécantes. 0.5pt