MINESEC
Lycée de Japoma
Département de Mathématiques
www.easy-maths.org

Année scolaire : 2010-2011
Classe : 2^{nde}C **Durée : 3 heures**
Séquence 5 **Mai 2011**
Coef : 06

Épreuve de Mathématiques

Examinateur : **Njionou Patrick, S**

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

Les exercices 1, 2 et le problème sont obligatoires pour tous. L'élève traitera au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4.

Exercice 1. [5pts]

1. Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

1.1 Ecrire f sous la forme canonique. [1pt]

1.2 a et b étant deux réels distincts, calculer le taux de variation de f entre a et b et en déduire le sens de variation de f sur $]-\infty;3]$ puis sur $[3;+\infty[$ et dresser son tableau de variation. [2pts]

2. On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + x^2 - 17x + 14$.

2.1 Calculer $P(2)$. [0.5pt]

2.2 Faire la division euclidienne de $P(x)$ par $x-2$. [0.5pt]

2.3 En déduire une factorisation complète de $P(x)$. [0.5pt]

2.4 Résoudre l'inéquation $P(x) \geq 0$. (*On utilisera un tableau de signe*). [0.5pt]

Exercice 2. [3pts]

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1.1 $(E_1) : x^3 - x = 2 - 2x^3$. [0.5pt]

2.1 $(I_1) : 3|2x+1| \geq 4|x-2|$. [1pt]

2. Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$: $(S_1) : \begin{cases} 3x - y = 15 \\ \frac{1}{2}x - y = 5 \end{cases}$, $(S_2) : \begin{cases} 3x^2 - \frac{1}{y-1} = 15 \\ \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{y-1} = 5 \end{cases}$. [1pt]

Exercice 3. [5pts]

1. Soit $ABCD$ un carré, I le milieu de $[BC]$ et J le point tel que : $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$.

1.1 Faire un dessin. [0.5pt]

1.2 Déterminer les coordonnées des points A, C, I et J dans le repère orthonormal $(B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$. [0.5pt]

1.3 En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IJ}$. [0.5pt]

1.2 Démontrer que $(IA)\perp(IJ)$. [0.5pt]

2. Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{2}; \quad \|\vec{v}\| = 5 \quad \text{et} \quad \vec{u}.\vec{v} = 7.$$

On pose $\vec{\imath} = 4\vec{u} - \vec{v}$ et $\vec{\jmath} = -3\vec{u} + \vec{v}$.

2.1 Calculer $\vec{\imath}.\vec{\imath}$ et en déduire $\|\vec{\imath}\|$. Calculer $\|\vec{\jmath}\|$. [1pt]

2.2 Calculer $\vec{\imath}.\vec{\jmath}$. [0.5pt]

2.3 Quelle est la nature de la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$? [0.5pt]

3. ABC est un triangle.

3.1 Rappeler la formule de $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, puis rappeler la formule d'Al-Kashi. [0.5pt]

3.2 Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AC^2 + AB^2 - BC^2)$. [0.5pt]

3.3 On donne $AB = 4cm$; $BC = 5cm$ et $AC = 2cm$. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. [0.5pt]

Exercice 4. [5pts]

On a relevé le poids en kg de 30 personnes et on a obtenu les résultats suivants.

x_i	59	62	65	68	71	74	77
n_i	1	4	6	7	5	5	2

1. Quel est le mode de cette série statistique ? [1pt]

2. Calculer la moyenne $\bar{x}$. [1pt]

3. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants et des effectifs cumulés décroissants puis déterminer une médiane. [1pt]

4. Calculer l'écart moyen e_m. [1pt]

5. Déterminer la variance V et déduire l'écart type σ de la série. [1pt]

Problème [7pts]

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On considère les points $B\binom{1}{5}$ et $C\binom{-3}{-3}$.

1. 1.1 Trouver une équation cartésienne du cercle $(\mathscr{C}_0)$ de diamètre $[BC]$. [1pt]

1.2 Préciser les coordonnées du centre de ce cercle ainsi que son rayon. [0.5pt]

2. On considère la cercle $(\mathscr{C})$ d'équation $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$, le point $A\binom{1}{0}$ et le vecteur $\vec{u}\binom{-1}{1}$.

2.1 Ecrire une équation paramétrique de la droite $(\mathscr{D})$ passant par A et dirigée par $\vec{u}$. [0.5pt]

2.2 Déterminer les points d'intersection de $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{D})$. [1pt]

3. Soit $(\mathscr{D}')$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

3.1 $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ sont elles parallèles ? [0.5pt]

3.2 Trouver les coordonnées de leur point d'intersection si possible. [1pt]

3.3 Les points $E\binom{0}{-2}$ et $F\binom{5}{-3}$ appartiennent t-ils à $(\mathscr{D}')$? [0.5pt]

3.4 Soit (Δ) la droite d'équation cartésienne : $3x - 4y - 5 = 0$. Justifier que $(\mathscr{D}')$ et (Δ) sont perpendiculaires. [1pt]

4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des points $M\binom{x}{y}$ vérifiant $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$. [1pt]

« Avant de commencer à prier le Seigneur, il faut d'abord travailler.
Pendant que vous travaillez, n'oubliez pas de prier le Seigneur . ».
Labor omnia vincit Improbus. Carpe diem.
Bonne chance.