Collège Adventiste de Maroua
Enseignement Secondaire Général
B.P. 45 Maroua
Tél : 22 29 12 06

Département de Mathématiques
Année Scolaire 2011-2012
Classe : **1ère D1** ; Coef : 4 ; Durée : 2 h
Prof : M. Loumsia Yonga Albert

SÉQUENCE N°3 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / JANVIER 2012

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [4points]

On donne la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. 1pt

2. Exprimer $f(x)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$. 1pt

3. a. Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$. 1pt

b. La fonction f est-elle prolongeable par continuité en $x_0 = 0$? Si oui, définir la fonction de prolongement par continuité de f en $x_0 = 0$. 1pt

Exercice 2 [6points]

I- A et B sont deux points distincts du plan tels que $AB = 9cm$.

Soit K le point défini par : $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et M un point quelconque du plan.

1. Montrer que K est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, 1)$. 0,5pt

2. Établir que $2MA^2 + MB^2 = 3MK^2 + \frac{2}{3}AB^2$. 1pt

3. Déterminer et construire l'ensemble $(\mathscr{C})$ des points M du plan tels que $2MA^2 + MB^2 = 81$. 1pt

II- On considère l'équation (E) : $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E). 0,5pt

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E') : $\dfrac{-3\cos 2x + 6}{\cos 2x - 2} = 2\cos 2x - 2$. 1pt

b. Représenter les points images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique et calculer le périmètre du polygone dont les sommets sont ces points. 1 pt×2

Problème [10points]

Le plan est muni du repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On considère la fonction rationnelle f définie par : $f(x) = \dfrac{3x^2 + ax + bx}{x^2 - 1}$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f. 1pt

2. Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de f soit tangente au point d'abscisse 0 à la droite d'équation $y = 4x + 3$. 2× 1pt

3. Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{3x^2 + 4x - 3}{x^2 - 1}$.

a. Démontrer que : $g(x) = 3 + \dfrac{4x}{x^2 - 1}$. 1pt

b. Étudier les variations de g. 2pts

c. Démontrer que le point $I(0 ; 3)$ est un centre de symétrie de la courbe $(\mathscr{C}_g)$ de g. 1pt

d. Tracer $(\mathscr{C}_g)$ et sa tangente au point I. 2pts

e. En déduire la courbe $(\mathscr{C}')$ de la fonction h définie par $h(x) = -g(x)$. 1pt