MINESEC
Lycée de Japoma
Département de Mathématiques
www.easy-maths.org

Année scolaire 2012-2013
Classe : 3ème

Feuille d'Exercices de révision

Enseignant : **Njionou Patrick, S.**

PARTIE 1 : ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1

1. Ecris sous la forme d'une fraction irréductible : $A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{1}{10}$
2. Simplifie l'expression : $B = \frac{4 \times 10^{-10} \times 3 \times 10^{5} \times 10^{-1}}{6 \times (10^{-2})^5 \times 2^2 \times 10^4}$.
3. Développe et réduis l'expression $C = (3x-5)^2 - (3x-5)(2x+3)$.
4. Factorise C.
5. Donne la valeur numérique de C lorsque $x = \frac{5}{3}$.
6. Résous les équations $3x - 5 = 0$ et $x - 8 = 0$.

Exercice 2

I) Déterminer la quatrième proportionnelle aux trois nombres $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, et $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ c'est-à-dire le nombre x tel que $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{x}$.

II) Soit l'expression littérale $E = (2a+2b)^2 + (2a-2b)^2 - (3a+b)(3a-b)$.

1. Développe et réduis E.
2. Factorise $F = 9b^2 - a^2$.
3. Trouve une valeur numérique de F pour $a = 3$ et $b = 1$.
4. Déduis un calcul simple de l'expression :

$$(2\sqrt{3}+2\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{3}-2\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{3}+\sqrt{5})(3\sqrt{3}-\sqrt{5}).$$

(*On pourra remarquer que* $a = \sqrt{3}$ *et* $b = \sqrt{5}$).

III) Ecris les nombres suivants sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a et b sont des entiers relatifs et c est un entier naturel.

1. $A = \sqrt{8} + 7\sqrt{2} - \sqrt{16}$
2. $B = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) - \sqrt{12}$.

IV) Ecris les nombres suivants sans le symbole de racine carrée au dénominateur :

1. $C = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-2}$
2. $D = \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{10}-3}$.

Exercice 3

I. On considère les expressions $E = 4x(x+3)$ et $F = x^2 + 6x + 9$.

1. Vérifie que $F = (x+3)^2$, puis calcule la valeur de F pour $x = -2$.
2. Développe E. Réduire $E - F$.

II. On pose $L = 2\sqrt{3} + 2$ et $\ell = 2\sqrt{3} - 2$.

1. Caclule $L + \ell$ et $L \times \ell$.
2. L'unité de longueur étant le centimètre, les dimensions d'un rectangle sont respectivement L et ℓ.
   a. Calcule son périmètre.

b. Calcule son aire.

c. Calcule le diamètre du cercle circonscrit à ce rectangle.

III. On donne $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.

1. Donne un encadrement de $\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$ par deux nombres décimaux d'ordre 2 consécutifs.
2. Donne un encadrement de $2-\sqrt{3}$ par deux nombres décimaux d'ordre 2 consécutifs.

Exercice 4

On donne $a = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.

1. Ecris l'inverse de a sans radical au dénominateur.
2. Compare l'inverse de a et $2a-2$.
3. En utilisant le réponse de la question précédente, montre que $2a^2 = 2a+1$.
4. Donne un encadrement de l'inverse de a par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.
5. Donne un encadrement du carré de a par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

Exercice 5

a désigne un nombre.

1. Développe, puis réduis :
   $A = (2a+3)(4a-1)-5a^2$ $\quad B = (5a+1)(3a+2)-11a^2$
   $C = (-2a+5)^2$ $\quad D = -(3a+1)(3-2a)$.
2. Calcule la valeur numérique de A, B, C et D pour $a=-3$.

Exercice 6

I- On pose

$$A = \frac{5}{7} - \frac{14}{25} \times \frac{15}{49}, \qquad C = \frac{2\times 10^{-5} \times 1,2 \times 10^{2}}{3 \times 10^{-7}},$$

$$B = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right) \div \frac{7}{11}, \qquad D = 10^{-4} \times \frac{10^{5}}{10^{-1}} \times (10^{-2})^{3}$$

1. Calculer A et B en faisant apparaître les différentes étapes de calcul et donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.
2. Ecrire C et D sous la forme d'une puissance de 10.

II- On considère les polynômes E et F définis par $F(x) = 4x^2 - 9 - x(2x-3)$ et $G(x) = (x+2)(x-3)$.

1. Développer et réduire $F(x)$ et $G(x)$
2. Factoriser $4x^2 - 9$.
3. Factoriser $F(x)$.
4. On pose $G(x) = \dfrac{E(x)}{F(x)}$.

   a. Donner la condition d'existence du réel $G(x)$.

   b. Simplifier $G(x)$.

   c. Calculer la valeur numérique de G pour $x=0$ et $x=\dfrac{1}{2}$.

Exercice 7

1. Déterminer les nombres x, y et z dans les égalités suivantes :

$$(E_1) : -2x = 0; \qquad (E_2) : -2y(y+2) = 0, \qquad (E_3) : z^2 = 168.$$

2. On donne les expressions littérales suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (x+1)^2 - (2x-3)(x+1) \\ B &= 4x^2 - 20x + 25 + 25 - 4x^2 \\ C &= \frac{x^2-1}{x-x^2}. \end{aligned}$$

a. Développer, réduire et ordonner A suivant les puissances de x.

b. i. Factoriser $4x^2 - 20x + 25$.

ii. Factorise alors B.

iii. Résoudre l'équation $A = 0$, dans $\mathbb{Z}$.

c. i. Donner la condition de l'existence d'une valeur numérique de E.

ii. Simplifier E lorsque x vérifie cette condition.

iii. Quelle est la valeur numérique de E pour $x = -\sqrt{2}$.

Exercice 8

On considère les nombres suivants :

$$A = \frac{12}{5} - \frac{3}{15} \times \frac{7}{9}; \quad B = 5\sqrt{12} - 6\sqrt{3} - \sqrt{300}; \quad C = \frac{4 \times 10^{14} \times 12}{3 \times 10^{11}}.$$

1. Ecrire A sous la forme de fraction irréductible.
2. Ecrire B sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un nombre entier.
3. Donne l'écriture scientifique de C.

Exercice 9

1. Calculer le nombre A. (On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.)

$$\mathrm{A} = \frac{13}{10} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{8}.$$

2. Simplifier la fraction suivante pour la rendre irréductible

$$\mathrm{B} = \frac{280}{448}.$$

3. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 5y & = & -19 \\ 4x - y & = & 13 \end{cases}$$

Exercice 10

$C = (x+3)(5x-4) + (x+3)^2$.

1. Développer puis réduire C.
2. Factoriser C.
3. Résoudre l'équation $(x+3)(6x-1) = 0$.

Exercice 11

Un zoo propose deux tarifs d'entrée : un tarif pour les adultes et un autre pour les enfants.

Un groupe constitué de quatre enfants et d'un adulte paie 22 Francs.

On peut traduire ces données par l'équation à deux inconnues

$$4x + y = 22 \text{ notée } (\mathrm{E}_1).$$

1. Que représente l'inconnue x et que représente l'inconnue y dans cette équation ?
   Un autre groupe constitué de six enfants et de trois adultes paie 42 Francs.
2. Traduire cette information par une seconde équation notée (E_2) dépendant de deux inconnues x et y.
3. Résoudre le système constitué des deux équations (E_1) et (E_2) précédentes.
4. Quel est le tarif d'une entrée pour un enfant et quel est celui d'une entrée pour un adulte ?

Exercice 12

Partie 1 : *Tous les étapes des calculs suivants seront détaillées sur la copie.*

1. $\mathrm{A} = \frac{5}{3} - \frac{4}{7} \times \frac{5}{3}$.
   Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

2. B$= 5\sqrt{3} + \sqrt{48} - 3\sqrt{75}$.
Calculer B et donner le résultat sous forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

3. $C = \dfrac{3 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^{8}}{15 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{5}}$.
Calculer C et donner le résultat en écriture scientifique.

Partie 2 :

$D = (x-4)^2 + (x-4)(2x+6)$.

1. Développer D.
2. Factoriser D.
3. Résoudre l'équation $(x-4)(3x+2) = 0$.
4. Calculer D pour $x = -3$.

Exercice 13

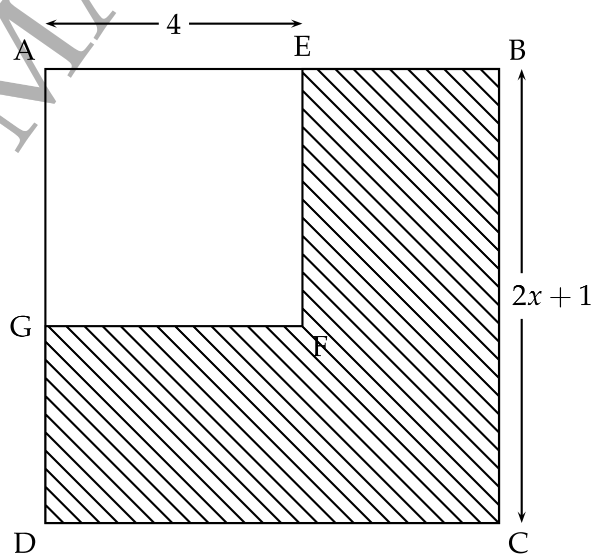
1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y & = & 20 \\ 3x - 4y & = & 11 \end{cases}$$

2. Fred a joué 20 parties d'un jeu dont la règle est la suivante :
   – il n'y a pas de partie nulle ;
   – si on gagne une partie, on gagne 3 euros,
   – si on perd une partie, on perd 4 euros
   À la fin des 20 parties jouées, Fred a gagné 11 euros.
   Combien Fred a t-il perdu de parties ?
   Justifier votre réponse.

Exercice 14

On considère le carré ABCD dont la mesure d'un côté (en cm) a pour expression $2x + 1$, et le carré AEFG ayant 4 cm de côté, comme représentés ci-dessous (la figure n'est pas en vraie grandeur).



Partie A

Dans cette partie, on considère que x est égal à 3.

1. Représenter, dans ce cas, la figure en vraie grandeur.
2. Calculer, dans ce cas, le périmètre du polygone BCDGFE.

Partie B

Dans cette partie, on considère que x est supérieur à 2.
On désigne par $\mathcal{P}$ le périmètre du polygone BCDGFE.

1. Montrer que $\mathcal{P} = 8x + 4$.
2. En utilisant l'expression de la question précédente, calculer $\mathcal{P}$ dans le cas où $x = 3$.
3. Pour quelle valeur de x, ce périmètre $\mathcal{P}$ est-il le double de celui du carré AEFG ?

Partie C
On considère la fonction f définie par $f : x \longmapsto 8x + 4$.

1. Tracer sur papier millimétré, dans un repère orthogonal, la représentation graphique de cette fonction, pour les valeurs de x positives.
   On prendra 2 cm par unité sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées. On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille.
2. Déterminer graphiquement pour quelle valeur de x, $f(x) = 28$.
   On laissera apparents les traits de construction.
3. Déterminer graphiquement :
   a. pour quelle valeur de x, le périmètre du polygone BCDGFE est égal à 40 cm.
   b. quel est le périmètre du polygone BCDGFE lorsque $x = 3,5$.

Exercice 15
Sosefo propose d'amener des personnes sur un îlot avec son bateau tout au long de l'année.
Il a établi deux tarifs :
Tarif A : 1200 F la traversée,
Tarif B : Un versement de 5000 F en début d'année puis 700 F pour chaque traversée.

PREMIÈRE PARTIE

1. Complérer le tableau suivant :

Nombre de traversées	5	12	18
Tarif A			
Tarif B			

2. On appelle x le nombre de traversées. Exprimer en fonction de x :
   a. le prix P_A à payer avec le tarif A ;
   b. le prix P_B à payer avec le tarif B.
3. Sur une feuille de papier millimétré, tracer dans un repère les représentations graphiques des fonctions suivantes :
   $f_A \ : \ x \longmapsto 1200x$;
   $f_B \ : \ x \longmapsto 700x + 5000$.
   On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille.
   On prendra comme unités :
   - sur l'axe des abscisses, 1 cm = 1 traversée ;
   - sur l'axe des ordonnées, 1 cm = 1000 F.

DEUXIÈME PARTIE
Lecture graphique : On laissera les traits de construction apparents.

1. Pour 6 traversées :
   a. Quel est le prix à payer avec le tarif A ?
   b. Quel est le prix à payer avec le tarif B ?
   c. Quel est le tarif le plus intéressant ?
2. Avec 15000 F :
   a. Combien de traversées peut-on faire avec le tarif A ?
   b. Combien de traversées peut-on faire avec le tarif B ?
   c. Quel est le tarif le plus intéressant ?

3. À partir de combien de traversées est-il plus intéressant de prendre le tarif B ? Justifier.

TROISIÈME PARTIE

1. Résoudre l'équation :

$$1200x = 5000 + 700x.$$

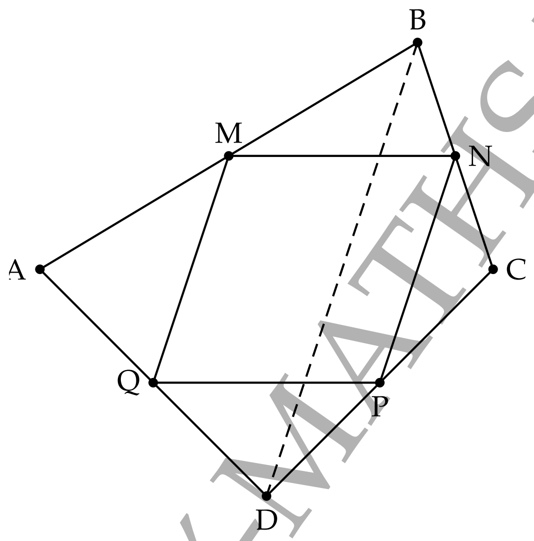
2. Donner l'interprétation du résultat.
   Remarque : En Nouvelle-Calédonie, on utilise le franc pacifique. Pour information, 100 *francs pacifique valent environ* 0,838 *euro.*

PARTIE 2 : ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1
ABC est un triangle. I est le milieu du côté $[AB]$. La droite passant par I et parallèle à la droite (BC) coupe la droite (AC) au point J. La droite passant par le point J et parallèle à la droite (AB) coupe la droite (BC) au point K. M est la point d'intersection des droites (IC) et (JK).

1. Fais une figure.
2. Montre que K est milieu de $[BC]$ puis que (IK) est parallèle à (AC).
3. Montre que M est le milieu du segment $[JK]$.

Exercice 2

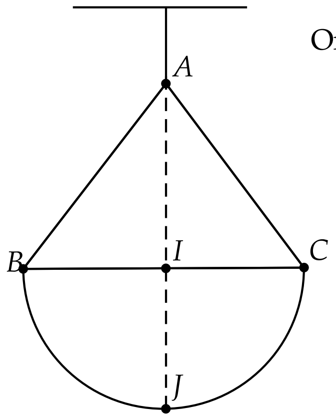


$ABCD$ est un quadrilatère quelconque. M est le milieu de $[AB]$, N est le mileu de $[BC]$, P est le mileu de $[CD]$ et Q est le milieu de $[AD]$. On veut montrer que le quadrilatère $MNPQ$ est un parallélogramme.

1. Dans le triangle ABD :
   a. Ecris la propriété de Thalès.
   b. Montre que (QM) est parallèle à (BD).
   c. Montre que $QM = \dfrac{BD}{2}$.
2. Dans le triangle CBD :
   a. Ecris la propriété de Thalès.
   b. Montre que (NP) est parallèle à (BD).
   c. Montre que $NP = \frac{BD}{2}$.

3. En utilisant les questions qui précèdent,
   a. montre que (MQ) est parallèle à (NP) ;
   b. montre que $MQ = NP$,
   c. montre que $MNPQ$ est un parallélogramme.

Exercice 3 Sur le mur d'une maison, un objet est accroché.



On peut représenter cet objet par la figure ci-contre :

1. La figure est constituée d'un triangle équilatéral ABC et d'un demi-cercle de centre I et de rayon $r = 1,5$. Calcule la hauteur $h = AI$ de cet triangle de deux façons. (En utilisant le théorème de Pythagore et en utilisant la trigonométrie.) [1,5pt]

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ICJ}$? [0,5pt]

3. Calcule de deux façons différente la logueur du segment $[CJ]$. [1,5pt]

4. Donne la nature exacte du triangle BJC. [0,5pt]

Exercice 4

I.

1. Construis un parallélogramme $ABCD$.

2. Place le point I milieu de $[AB]$ et le point J milieu de $[DC]$.

3. Place le point M, intersection de la droite (DJ) et la droite (AC), puis le point N, intersection de la droite (BJ) avec la droite (AC).

4. Montre que $AM = MN = NC$. (On utilisera la propriété de Thalès).

II. ABC est un triangle isocèle de sommet A tel que $AB = 2cm$ et $BC = 1,5cm$. Calculer $\cos \hat{C}$.

III. A, B, C, D, E, F, G, P et Q sont des points du plan.

1. Simplifie l'écriture de chacune des sommes suivantes :

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF}$;

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EG}$;

c. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$;

d. $(-3)(-\frac{2}{5})\overrightarrow{AB}$.

2. Complète chacune des égalités suivantes :

a. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{...B}$;

b. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A...} + \overrightarrow{...B}$;

c. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A...} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{...B}$;

d. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + ... + \overrightarrow{CB}$.

3. E et F sont deux points distincts du plan.

a. Construis le point P tel que $2\overrightarrow{EP} = 3\overrightarrow{EF}$.

b. Exprime $\overrightarrow{PF}$ en fonction de $\overrightarrow{EP}$, puis $\overrightarrow{FE}$ en fonction de $\overrightarrow{PF}$.

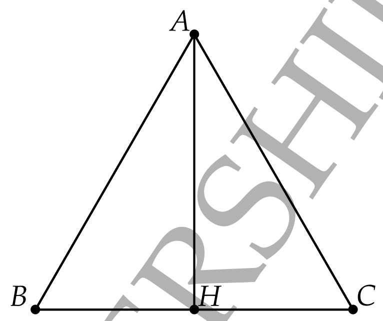
Exercice 5
Soit A, B, C trois points quelconques du plan et A' le milieu du segment $[BC]$.

1. Démontre que $\overrightarrow{AA'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

2. Soit G le point tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Démontre que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

3. Exprime $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AA'}$.

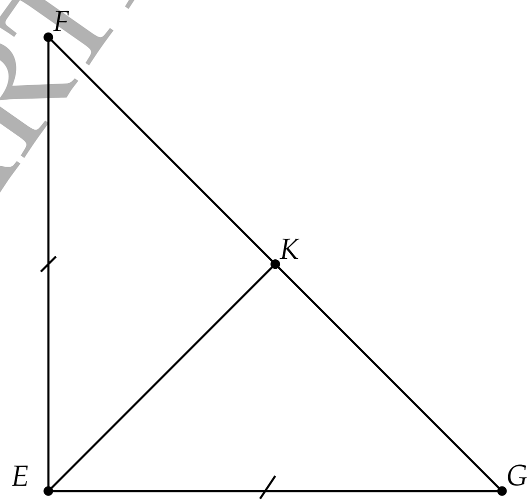
Exercice 6



Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral ce côté $6cm$;

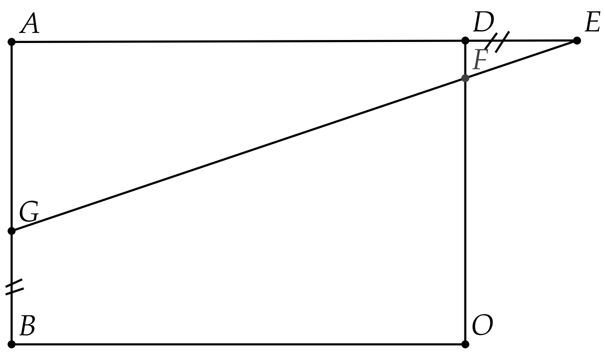
1. Faire la figure (reproduire en vraies grandeurs)
2. Calculer la distance AH.
3. Que représente le point H pour le segment $[BC]$.
4. Calculer $\sin 30°$, $\sin 60°$ et $\cos 60°$.

Exercice 7
EFG est un triangle rectangle isocèle en E tel que $EF = 4cm$.



1. Justifie que $mes\widehat{G} = 45°$.
2. Calcule la distance FG.
3. Calculer $\sin 45°$, $\cos 45°$, $\tan 45°$.
4. Ecrire $\sin 45°$ de deux façons différentes.
5. En déduire la distance EK.
6. Faire la figure (reproduire en vraies grandeurs).
7. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle EFK par deux méthodes.
8. Que représente le point K pour le segment $[FG]$.
9. Construire le cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle EFG et le cercle $(\mathcal{C}')$ inscrit dans le triangle EKG.

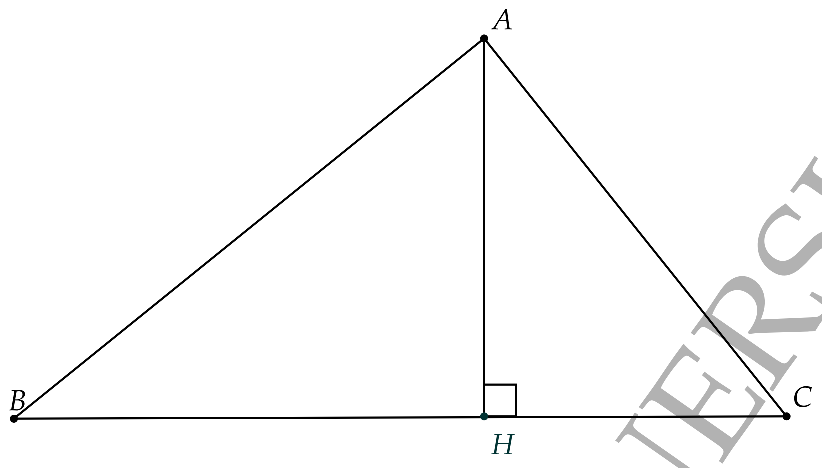
Exercice 8



La figure ci-dessous représente un rectangle $ABCD$ tel que $AD = 12cm$, $AB = 8cm$, $GB = 3cm$, $DE = 3cm$.

1. Calculer DF.
2. Calculer EG, donner la valeur exacte sous la forme $a\sqrt{10}$ où a est un nombre entier.
3. Calculer les valeurs exactes de EF et FG.
4. On désigne maintenant par x chacune de deux longueurs égales BG et DE ($BG = DE = x$).
   a. Calculer en fonction de x les longueurs AE et AG.
   b. Montrer que $EG^2 = 2x^2 + 8x + 208$.
   c. Pour quelles valeurs de x a-t-on $AE = 7AG$?

Exercice 9
On donne ci-dessous $AH = 5cm$, $AB = 8cm$ et $mes\widehat{ACH} = 51°$.

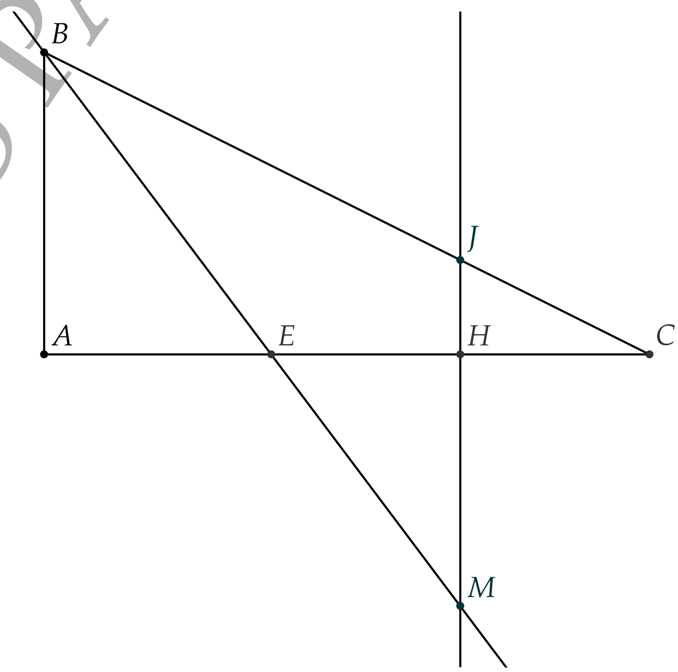


1. Calculer le sinus de l'angle $\widehat{HAB}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{HAB}$ arrondie au degré près.
2. Jutifier que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Calculer la valeur arrondie de la distance HB.

Exercice 10

On considère le triangle ABC tel que $AB = 6cm$, $AC = 9cm$ et $BC = \sqrt{117}cm$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?
2. Le point E est le point de $[AC]$ tel que $AE = 4cm$. La médiatrice de $[EC]$ coupe $[EC]$ en H, $[BC]$ en J et $[BE]$ en M.
   a. Prouver que $(JH)//(AB)$ et $HC = 2,5cm$.
   b. Calculer la valeur exacte de JH.
   c. Calculer HM.

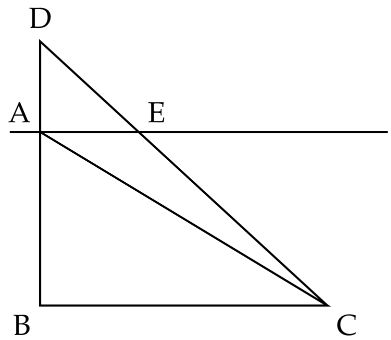


Exercice 11
Sur cette figure, on a les longueurs suivantes :

$$AB = 5,4\ cm\ ;\ BC = 7,2\ cm\ ;\ AC = 9\ cm\ ;\ AD = 2,6\ cm.$$

Les droites (AE) et (BC) sont parallèles.

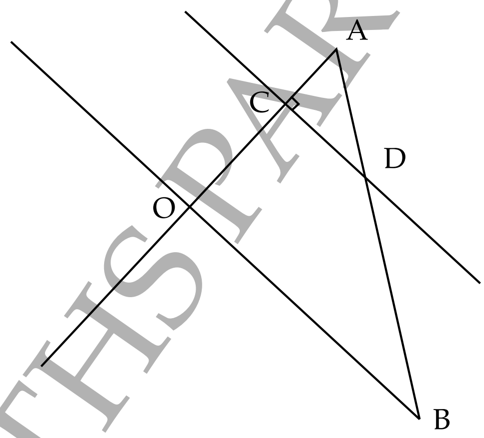
La figure n'est pas à refaire. Elle n'est pas donnée en vraie grandeur.



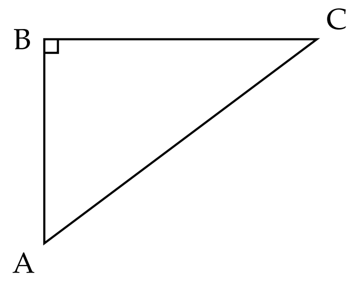
1. Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle en B.
2. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{ACB}$, puis en déduire la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ (valeur arrondie au degré près).
3. Calculer AE.

Exercice 12
On considère la figure ci-dessous qui n'est pas dessinée en vraie grandeur.
L'unité de longueur est le centimètre.
Les droites (CD) et (OA) sont perpendiculaires.
On donne : $OA = 9$, $OB = 12$, $AB = 15$, $AC = 3$.

1. Démontrer que le triangle AOB est rectangle et en déduire que les droites (CD) et (OB) sont parallèles.
2. Démontrer en justifiant le raisonnement que $CD = 4$.
3. Un élève affirme que l'aire du triangle AOB est égale à trois fois l'aire du triangle ACD. Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifiez votre réponse.



Exercice 13
Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en B, on a :
$AB = 2,7$ et $BC = 3,6$.
La figure n'est pas à l'échelle. On ne demande pas de reproduire la figure.



1. Montrer par le calcul que $AC = 4,5$.
2. Calculer le sinus de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. En déduire la mesure arrondie au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 14
Soit $ABCD$ un rectangle tel que : $AB = 6cm$ et $AD = 4,5cm$.
E est un point du segment $[AB]$ tel que : $AE = 3,6cm$.
M est un point du segment $[AD]$ tel que : $AM = 2,7cm$.

1. Construire la figure en vraie grandeur.
2. Démontrer que les droites (EM) et (DB) sont parallèles.
3. On considère le point N du segment $[BC]$ tel que : $CN = 2cm$.
   La parallèle à la droite (BD) passant par N coupe la droite (CD) en P. Calculer PC.
4. Calculer la longueur NP.

Exercice 15
On considère un cercle de diamètre [AB] et un point C appartenant à ce cercle.

1. Déterminer la nature du triangle ABC.
2. On donne AC = 39 mm et BC = 52 mm. Montrer que AB = 65 mm.
3. Le point D est tel que : AD = 25 mm et BD = 60 mm.
   Le triangle ABD est-il rectangle ?