ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

NB : ***L'epreuve comporte trois exercices et un problème. La clarté de la copie et la précision dans la redaction seront prises en compte.***

Exercice 1 (3 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $12x^2 + 3600x - 37200 = 0 \quad (\star)$. **0.75pt**
2. Monsieur X doit rembourser une somme de $397200F$ en trois tranches. Le premier versement est de $120000F$; le deuxième versement correspond au premier versement augmenté de $t\%$; le troisième versement correspond au deuxième versement augmenté de $t\%$.
   (a) Montrer que t vérifie l'équation $(\star)$ ci-dessus et calculer t. **1.5pt**
   (b) En déduire le montant des deux derniers versements. **0.75pt**

Exercice 2 (5 points)

I) Pour ouvrir un coffre-fort, on doit composer un code secret de quatre chiffre sur un tableau informatique de dix chiffres : $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$.

1. Déterminer le nombre de code possibles. **0.5pt**
2. Combien y a-t-il de codes commençant par 2 ? **0.75pt**
3. Combien y a-t-il de codes ne contenant pas 0 ? **0.75pt**

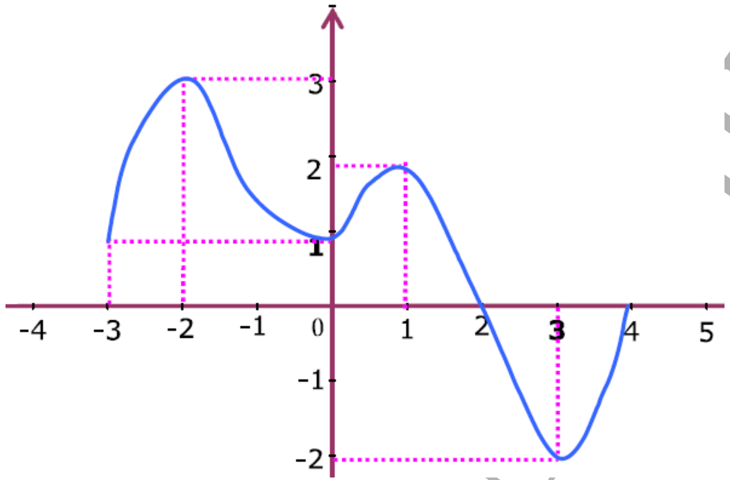
II) Une urne contient 10 boules numérotées de 0 à 9. On tire 4 boules de cette urne.

1. Combien peut-on obtenir de nombre distincts de 4 chiffres (dont le 1er est non nul)
   (a) si les 4 boules sont tirées successivement et sans remise ; **0.75pt**
   (b) si les 4 boules sont tirées successivement avec remise. **0.75pt**
2. On tire simultanément 4 boules.
   (a) Combien de tirages différents peut-on réaliser ? **0.75pt**
   (b) Avec chacun des tirages, combien de nombres de 4 chiffres peut-on former ? **0.75pt**

Exercice 3 (2.5 points)

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle $[-3, 4]$. On définit les fonctions g_1 et g_2 par : $g_1(x) = f(x-1) - 1$ et $g_2(x) = -f(x)$.

1. Construire distinctement les courbes $\mathscr{C}_{g_1}$ et $\mathscr{C}_{g_2}$. **1.5pt+1pt**



Problème **(9.5 points)**

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A **[5.5 points]**

ABC est un triangle tel que : $AB = 5$ cm ; $AC = 3$ cm et $BC = 4$ cm. On désigne par G le barycentre des points $(A, -2)$; $(B, 1)$; $(C, 3)$. I est le symétrique de B par rapport à A. J et K sont les points tels que : $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

1. (a) Construire le triangle ABC et les points I, J, K, G. **2pts**

   (b) Exprimer le point I comme barycentre des points A et B ; puis J comme barycentre des points A et C ; puis K comme barycentre des points B et C. **0.75pt**

   (c) Démontrer que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes. **1pt**

2. Soit $\mathscr{L}$ l'ensemble des points M du plan tel que : $MB^2 + 3MC^2 = 48$.

   (a) Démontrer que pour tout point M du plan, $MB^2 + 3MC^2 = 4MK^2 + \frac{3}{4}BC^2$. **1 pt**

   (b) Déduire la nature et les éléments caractéristiques de $\mathscr{L}$. **0.75pt**

PARTIE B **[4 points]**

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). Soient $E(1; -3)$ et $F(1; 3)$ du points du plan.

1. Déterminer les coordonnées du point J tel que E soit le symétrique de F par rapport à J. **0.5pt**

2. (a) Montrer que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = MJ^2 - \frac{EF^2}{4}$. **0.75pt**

   (b) En déduire la nature de (Γ), ensemble des points du plan tels que : $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 7$. **0.75pt**

   (c) Construire (Γ) dans (O, I, J). **0.5pt**

3. (a) Donner une équation cartésienne de (Γ) dans le repère (O, I, J). **0.5pt**

   (b) Donner une représentation paramétrique de (Γ). **0.5pt**